



Universidad
Carlos III de Madrid

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA

PROYECTO DE FIN DE CARRERA

**ESTUDIO DE LA VIABILIDAD DE
ANÁLISIS A FATIGA DE UN EJE
FERROVIARIO CON PRO/ENGINEER**

Autor: Fernando Gasca Piernas

Tutor: Higinio Rubio Alonso

Leganés, 24 Julio de 2012





Título:

Autor:

Director:

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día ____ de _____
de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de
Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE





Agradecimientos

Como agradecer a estos padres que tengo con la paciencia de unos santos aunque a veces un poco nerviosos para que acabara esta carrera y cuidar de su desastroso hijo, sois los mejores aunque no os lo diga demasiadas veces.

A mi encantadora prima que me ha echado una manita con las traducciones que he necesitado de inglés y le debo alguna copita que otra por ello y sabe que la adoro.

Y por supuesto a Higinio, el tutor de este proyecto, con el he pasado la mayor parte de los miércoles de todo este año y nunca podre olvidar ese pasillo al que le haría falta un banco y una maquina de coger turnos.



Resumen

Este proyecto trata sobre las características del mallado y de las diferentes opciones de cálculo que ofrece el programa Pro/Engineer basándose en el método de elementos finitos, el cual ha sido de reciente adquisición por la universidad Carlos III de Madrid, probando dichas características sobre un eje de ferrocarril.

Durante este proyecto se abordaran diferentes puntos en los cuales se expondrá de forma clara y detallada los pasos seguidos durante su ejecución, las teorías estudiadas para su correcta aplicación y comprensión, como son la teoría del fenómeno de fatiga, a partir del cual realizaremos una serie de ensayos sobre el eje de ferrocarril a estudiar y la teoría del método de elementos finitos que estudiaremos para su comprensión al ser la forma en la que el programa realiza los cálculos matemáticos a los que sometemos dicho eje.

De tal forma también se comentaran los diferentes tipos de mallado que se pueden realizar para la utilización del método de los elementos finitos ya que forma parte importante para el desarrollo de este proyecto y porqué conviene utilizar unos tipos u otros según la superficie a estudiar y cuáles son los que ofrece el programa Pro/Engineer.

Tras la asimilación de los conceptos teóricos necesarios se procederá a la realización de varias series de ensayos los cuales consistirán en variar el numero de nodos de la malla sobre el eje y cómo influye en los resultados cambiar las opciones de calculo que ofrece el programa a la hora de hacer los estudios estáticos y de fatiga a los que se someterá en cada caso.

Al exponer todos los resultados obtenidos y observándolos con los conocimientos adquiridos durante la ejecución del proyecto se obtendrán una serie de conclusiones y la proposición de trabajos futuros para poder continuar con lo asimilado en este trabajo, procediendo entonces a la elaboración de un presupuesto para valorar el trabajo realizado.



Abstract

This project deals with the characteristics of the mesh in the different calculation options that the program Pro/Engineer offers. The program is based in the Finite Element Method (FEM), which has been recently acquired by the Universidad Carlos III de Madrid. The characteristics have been tested in a railway axle.

In the project, different points will be referred to, through which we will mention the steps followed during the execution, in a detailed and clear way. Furthermore, we will talk about the studied theories for its adequate application and understanding, such as the Fatigue Theory. This theory will be used for several tests in the railway axle that will be studied. Another employed theory is the aforementioned FEM, used for the understanding, because that is the way in which the program makes the mathematical calculation that the axle undergoes.

Moreover, the different types of mesh that can be used in the FEM will be detailed. This is an important point in the development of the project, as well as the reason why one or another mesh must be used depending on the studied surface, and which meshes the Pro/Engineer program has at its disposal.

After the basic theoretical concepts assimilation, several tests will be made. These tests involve varying the number of the mesh nodes in the axle and checking how the changes in the calculation options that the program offers when the statics studies and fatigue studies are made in each case, has an influence on the results.

By the end of the Project, after the obtained results and the acquired knowledge throughout the project, the conclusions will be exposed. Furthermore, future works will be proposed in order to continue this project together with a budget to assess the work.



Índice

1. OBJETIVOS Y CONTENIDOS DEL PROYECTO.....	19
1.1 ÁMBITO.....	20
1.2 OBJETIVO	22
1.3 FASES DEL PROYECTO.....	23
1.4 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO	24
2. FENOMENOS DE FATIGA Y ELEMENTOS FINITOS.....	26
2.1 FATIGA.....	27
2.1.1 Introducción.....	27
2.1.2 Historia del estudio de fatiga	29
2.1.3 Teoría del fenómeno de fatiga	31
2.1.3.1 Características de la rotura por fatiga	31
2.1.3.2 Diagrama S-N.....	32
2.1.3.3 Factores modificativos del límite de fatiga	34
2.1.3.4 Tensiones fluctuantes.....	43
2.2 METODO DE ELEMENTOS FINITOS	49
2.2.1 Introducción.....	49
2.2.2 Historia del método de elementos finitos	50
2.2.3 Conceptos generales del método	51
2.2.4 Aplicación del método.....	52
2.3 MALLADO EN ELEMENTOS FINITOS	58
3. IMPLEMENTACIÓN DE GEOMETRÍA, CARACTERISTICAS Y CONDICIONES DEL MODELO	61
3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	62
3.2 SIMPLIFICACIONES A TENER EN CUENTA	64
3.3 PREPARACION DEL ESTUDIO.....	65
3.3.1 Modelado del eje ferroviario	65
3.3.2 Definición del materia	68
3.3.3 Factor de reducción de la resistencia a fatiga	69
3.3.4 Definición de las restricciones.....	72
3.3.5 Definición de cargas	73
4. METODOLOGIA Y RESULTADOS.....	77
4.1 RESUMEN DE LOS ESTUDIOS PROPUESTOS	78
4.2 ANÁLISIS CON CAMBIO DE MALLA	79
4.2.1 Proceso de análisis con cambio de malla.....	80
4.2.2 Resultados del estudio	90
4.3 ANÁLISIS CON OTRAS OPCIONES DE CALCULO.....	96
4.3.1 Proceso de análisis con otras opciones de cálculo.....	97



4.3.1.1 <i>Single-Pass Adaptive</i>	97
4.3.1.2 <i>Multi-Pass Adaptive</i>	107
4.3.2 Resultados del estudio realizado con Single-Pass Adaptive	118
4.3.3 Resultados del estudio realizado con Multi-Pass Adaptive.....	124
4.4 COMPARACION DE RESULTADOS.....	130
4.5 ESTUDIO DE SOBRECARGA DEL EJE.....	134
4.5.1 Resultados del estudio	135
5. CONCLUSION Y TRABAJOS FUTUROS.....	142
5.1 CONCLUSIONES	143
5.2 TRABAJOS FUTUROS	146
6. PRESUPUESTO	148
6.1 PRESUPUESTO GENERAL	149
6.2 COSTES.....	150
7. BIBLIOGRAFIA	155
7.1 LIBROS Y PUBLICACIONES.....	156
7.2 DOCUMENTOS ELECTRONICOS.....	158
8. ANEXOS.....	160
ANEXO A: Plano del eje ferroviario.....	161
ANEXO B: Reporte análisis con cambio de malla.....	163
ANEXO C: Reporte análisis con otras opciones de cálculo.....	185
ANEXO D: Reporte análisis con sobrecarga del eje	210

Índice de figuras

Figura 1: Tren de alta velocidad.....	20
Figura 2: Eje de ferrocarril partido en accidente de tren por fatiga del metal.....	22
Figura 3: Localización y detalle de un pylon de un Boeing 747.....	28
Figura 4: Detalle del bulón de un pylon de un Boeing 747.....	29
Figura 5: Imagen del proceso de rotura por fatiga de una probeta.....	31
Figura 6: Maquinas de ensayo de rotura por fatiga.....	32
Figura 7: Diagrama S-N de materiales férreos.....	33
Figura 8: Diagrama S-N con el límite de fatiga corregido con la ecuación de Marín. .	35
Figura 9: Tabla de índices para la obtención de factor de acabado superficial.....	36
Figura 10: Área correspondiente al diámetro efectivo de una sección rectangular.....	37
Figura 11: Tabla de valores del factor de confiabilidad.....	38
Figura 12: Sensibilidad a las ranuras con cargas de flexión y axiales alternantes.	39
Figura 13: Sensibilidad a las ranuras con cargas de torsión alternantes.	40
Figura 14: Ejemplos de graficas utilizadas para la obtención de K_t	40
Figura 15: Muestra de la diferencia de límites de fatiga en elementos con temple superficial.	42
Figura 16: Graficas de los tipos de cargas oscilantes.....	44
Figura 17: Curvas de los criterios de Gerber, Goodman y Soderberg.	46
Figura 18: Curvas de Gerber, Goodman y Soderberg con la línea de resistencia a fluencia.	46
Figura 19: Representación de la línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita.....	47
Figura 20: imagen de representación de dominio y contorno.	51
Figura 21: Representación del eje ferroviario.	62
Figura 22: Esbozo del eje ferroviario en Pro/Engineer.	65
Figura 23: Esbozo del eje ferroviario en Pro/Engineer con cotas.	65
Figura 24: Imagen del eje revolucionado en Pro/Engineer.	66
Figura 25: Eje revolucionado con cotas.	66



Figura 26: Redondeo del extremo del eje ferroviario.	67
Figura 27: Redondeo de una sección del eje ferroviario.	67
Figura 28: Imagen del eje ferroviario terminado en Pro/Engineer.	68
Figura 29: Ventana definición de material.	68
Figura 30: Secciones críticas del eje.	69
Figura 31: Grafica para la obtención de K_t para barra de sección circular en flexión con estrechamiento y entalles.	70
Figura 32: Sensibilidad a las ranuras con cargas de flexión y axiales alternantes.	71
Figura 33: Ventana definición de material con los factores de resistencia a fatiga.	72
Figura 34: Ventana de restricciones para el eje en Pro/Engineer.	73
Figura 35: Definición de cargas en el extremo del eje.	73
Figura 36: Definición de la carga de gravedad en el eje en Pro/Engineer.	74
Figura 37: Eje finalizado con las cargas y restricciones definidas.	75
Figura 38: Ventana y ejemplo de mallado basico del eje en Pro/Engineer.	80
Figura 39: Ventana y ejemplo de mallado detallado en secciones importantes en Pro/engineer.	81
Figura 40: Ejemplo de análisis de desplazamiento del eje en análisis estático con 12222 nodos.	82
Figura 41: Ejemplo de análisis de estrés del eje en análisis estático con 12222 nodos.	82
Figura 42: Ejemplo de análisis de estrés detallado en análisis estático con 12222 nodos.	83
Figura 43: Definición de las propiedades del análisis a fatiga.	84
Figura 44: Sección. 1	84
Figura 45: Vida a fatiga para la Sección 1.	85
Figura 46: Factor de seguridad de la seccion 1.	85
Figura 47: Seccion 2.	86
Figura 48: Vida a fatiga en la seccion 2.	86



Figura 49: Factor de seguridad en la seccion 2.	87
Figura 50: Sección 3.....	87
Figura 51: Vida a fatiga en la seccion 3.	88
Figura 52: Factor de seguridad en la seccion 3.	88
Figura 53: Grafico de resultados de los ensayos estaticos con cambio de mallado.	91
Figura 54: Grafico de comparacion de vida a fatiga en las 3 secciones con cambio de mallado.	93
Figura 55: Grafico de comparacion del factor de seguridad en las 3 secciones con cambio de mallado.....	94
Figura 56: Grafico de comparacion del tiempo en las 3 secciones con cambio de mallado.	95
Figura 57: Ventana de propiedades de estudio estatico Single-Pass Adaptive.....	97
Figura 58: Ventana opciones output del estudio estatico.....	98
Figura 59: Ejemplo de análisis de desplazamiento del eje en análisis estático en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	99
Figura 60: Ejemplo de análisis de estrés del eje en análisis estático en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	99
Figura 61: Ejemplo de análisis de estrés detallado del eje en análisis estático en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	100
Figura 62: Definición de las propiedades del análisis a fatiga.	101
Figura 63: Sección 1.	101
Figura 64: Vida a fatiga para la Sección 1 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	102
Figura 65: Factor de seguridad de la sección 1 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	103
Figura 66: Seccion 2.....	103
Figura 67: Vida a fatiga en la sección 2 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6..	104
Figura 68: Factor de seguridad en la sección 2 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	105
Figura 69: Seccion 3.....	105



Figura 70: Vida a fatiga en la sección 3 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6..	106
Figura 71: Factor de seguridad en la sección 3 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	107
Figura 72: Ventana de propiedades de estudio estatico Multi-Pass Adaptive.	108
Figura 73: Ejemplo de análisis de desplazamiento del eje en análisis estático en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	109
Figura 74: Ejemplo de análisis de estrés del eje en análisis estático en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	109
Figura 75: Ejemplo de análisis de estrés detallado del eje en análisis estático en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	110
Figura 76: Definición de las propiedades del análisis a fatiga.	111
Figura 77: Sección 1	111.
Figura 78: Vida a fatiga para la Sección 1 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6	112
Figura 79: Factor de seguridad de la seccion 1 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.	113
Figura 80: Seccion 2.....	113
Figura 81: Vida a fatiga en la seccion 2 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6. ..	114
Figura 82: Factor de seguridad en la seccion 2 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.....	115
Figura 83: Seccion 3.....	115
Figura 84: Vida a fatiga en la seccion 3 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6. ..	116
Figura 85: Factor de seguridad en la seccion 3 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.....	117
Figura 86: Grafico de resultados de los ensayos estaticos para Single-Pass Adptive.	119
Figura 87: Grafico de comparacion de vida a fatiga en las 3 secciones con Single-Pass Adaptive.	121
Figura 88: Grafico de comparación del factor de seguridad en las 3 secciones con Single-Pass Adaptive.....	122



Figura 89: Grafico de comparación del tiempo en las 3 secciones con Single-Pass Adaptive.	123
Figura 90: Grafico de resultados de los ensayos estaticos para Multi-Pass Adptive. .	125
Figura 91: Grafico de comparación de vida a fatiga en las 3 secciones con Multi-Pass Adaptive.	127
Figura 92: Grafico de comparación del factor de seguridad en las 3 secciones con Multi-Pass Adaptive.	128
Figura 93: Grafico de comparación del tiempo en las 3 secciones con Multi-Pass Adaptive.	129
Figura 94: Grafico de resultados de los ensayos estáticos con sobrecarga del eje.....	136
Figura 95: detalle del análisis de estrés en el caso estático de sobrecarga con 100 Ton.....	137
Figura 96: Grafico de vida a fatiga con sobrecarga en el eje.	138
Figura 97: Grafico de factor de seguridad con sobrecarga en el eje.	139
Figura 98: Grafico de tiempo en sobrecarga en el eje.....	140
Figura 99: Secciones criticas del eje.	144



Índice de tablas

Tabla 1: Resultados analisis estaticos para cambio de mallado.	90
Tabla 2: Resultados analisis de fatiga para seccion 1 con cambio de mallado.	91
Tabla 3: Resultados analisis de fatiga para seccion 2 con cambio de mallado.	92
Tabla 4: Resultados analisis de fatiga para seccion 3 con cambio de mallado.	92
Tabla 5: Resultados de los análisis estáticos para Single-Pass Adaptive.	118
Tabla 6: Resultados analisis de fatiga para sección 1 con Single-Pass Adaptive.	119
Tabla 7: Resultados analisis de fatiga para sección 2 con Single-Pass Adaptive.	120
Tabla 8: Resultados analisis de fatiga para sección 3 con Single-Pass Adaptive.	120
Tabla 9: Resultados de los análisis estáticos para Multi-Pass Adaptive.	124
Tabla 10: Resultados analisis de fatiga para sección 1 con Multi-Pass Adaptive.	125
Tabla 11: Resultados analisis de fatiga para sección 2 con Multi-Pass Adaptive.	126
Tabla 12: Resultados analisis de fatiga para sección 3 con Multi-Pass Adaptive.	126
Tabla 13: Resultados reunidos de los análisis estáticos en Pro/Engineer.	130
Tabla 14: Resultados reunidos de los análisis de fatiga en Pro/Engineer.	132
Tabla 15: Análisis estáticos con sobrecarga del eje.	135
Tabla 16: Análisis a fatiga en la sección 1 con sobrecarga del eje.	137





CAPÍTULO 1

OBJETIVOS Y CONTENIDO DEL PROYECTO

1.1 Ámbito

Desde la invención del ferrocarril este ha sido el primer y más importante transporte de masas hasta la creación de las redes de carreteras en todos los países del mundo; perdiendo parte de su importancia durante la segunda mitad del siglo XX por la masificación de los vehículos a motor y los bajos costes de los combustibles fósiles, durante las últimas dos décadas se ha vuelto de nuevo la vista a este medio de transporte.

Debido al aumento de la necesidad de transportar personas y mercancías a grandes distancias el ferrocarril se ha mostrado un medio de transporte vital en la actualidad debido a sus capacidades y potencial.

En los últimos años el ferrocarril ha demostrado ser un medio de transporte capaz de cubrir grandes necesidades en los aspectos antes mencionados debido a la creación de grandes redes de alta velocidad y el aumento del transporte de mercancías a raíz de las constantes subidas de los combustibles que afecta al transporte de estas por carretera en los últimos años.



Figura 1: Tren de alta velocidad.

Este aumento del tráfico ferroviario y de sus capacidades también ha provocado un aumento en los posibles accidentes y por ello se deben mejorar los elementos mecánicos más directos que suelen estar implicados en una posible catástrofe debido a

su fallo, por lo que se están realizando múltiples estudios en este campo, entre los cuales se encuentra este proyecto.

Para evitar estos posibles fallos de elementos críticos del ferrocarril se realizan múltiples ensayos y sucesivas revisiones a dichos elementos lo cual conlleva unos altos costes a las compañías fabricantes y adquisitorias de los trenes.

Para evitar estos altos costes cada vez se utilizan mas los programas de modelado y simulación en 3D debido a que cada vez son más fiables y precisos a la hora de simular los procesos a los que están sometidas las piezas reales, evitando así la realización de una gran cantidad de ensayos destructivos y otra serie de procesos.

El programa Pro/ENGINEER es un programa de modelado 3D de reciente adquisición por la universidad Carlos III de Madrid y se quiere comprobar su capacidad y realismo a la hora de simular diferentes casos en elementos finitos sin necesidad de realizar tantos ensayos destructivos en piezas mecánicas que pueden ser de un alto valor económico, en este caso un eje ferroviario.

1.2 Objetivos

Como hemos visto en el punto anterior las solicitaciones a las que están sometidas algunas piezas del ferrocarril son muy altas y por ello este proyecto se va a centrar en uno de estos elementos, en nuestro caso el eje del ferrocarril, el cual durante la historia de este medio de transporte ha demostrado ser causante de diversos accidentes.



Figura 2: Eje de ferrocarril partido en accidente de tren por fatiga del metal.

Por ello, es necesario comprobar las capacidades que ofrece el programa Pro/Engineer a la hora de simular diversos estudios sobre un eje ferroviario.

Este proyecto se localiza en esta temática, siendo su objetivo principal avanzar en el estudio de los modelos de ejes ferroviarios simulados con programas que utilizan el Método de los Elementos Finitos, centrándose principalmente en el análisis de la influencia del mallado y parámetros geométricos de un modelo de eje ferroviario procesado con el programa Pro/Engineer.

Para realizar estos estudios se desarrollarán una serie de análisis variando el número de nodos de un modelo de eje ferroviario, aumentando la precisión de la malla todo lo posible, buscando la mayor exactitud en los resultados obtenidos.

Una vez procesado el modelo (realizadas las simulaciones), se procederá a efectuar otra serie de análisis variando otras opciones de calculo que ofrece el programa, buscando así los valores más recomendables a la hora de elegir un mallado preciso y adecuado a la hora de realizar futuros estudios o simulaciones con este programa y, por último, se someterá al eje a diferentes sobrecargas para encontrar las máximas capacidades del eje a estudiar.

1.3 Fases del proyecto

Para este proyecto se han ido siguiendo una serie de fases para su desarrollo en las cuales se ha ido asimilando una serie de conocimientos y procesos los cuales han permitido llegar a su finalización.

Antes de comenzar con el proyecto se procedió a realizar una búsqueda de información tanto de proyectos anteriores, libros, tesis, artículos y páginas web relacionadas con el tema propuesto y con el programa a utilizar en este caso el Pro/Engineer para obtener una serie de conocimientos necesarios para su realización.

Tras una exhaustiva lectura de dicha información se clasificó la que se consideraba útil para asimilarla y poder comenzar con el trabajo computacional, realizando un estudio de lo necesario para poder comenzar a desarrollar los ensayos propuestos y poder comprender los resultados obtenidos.

Al finalizar toda la serie de ensayos y diferentes casos propuestos en el proyecto se clasificaron y ordenaron de tal forma que se pudieran entender posteriormente en el momento de su utilización en la escritura del documento que aquí se expone.

Con todos los ensayos realizados y clasificados se comenzó a escribir el documento utilizando todos los conocimientos obtenidos anteriormente y durante la carrera para llegar a una serie de conclusiones, el documento se divide en una serie de puntos ordenados de tal forma que se pueda entender todo lo escrito en el y los cuales se comentan en el siguiente apartado 1.4 Estructura del proyecto.

1.4 Estructura del documento

El primer punto nos pone en entendimiento de las razones y necesidades que llevan a la realización de este proyecto, para ello se divide en varios subíndices los cuales nos explican el ámbito en el que nos encontramos, los objetivos que pretendemos conseguir, como vamos a realizar dichos objetivos y este punto que explica los diferentes puntos en que está dividido.

En el segundo punto se explica de forma teórica el método de los elementos finitos y el fenómeno de fatiga, los cuales son necesarios para comprender y saber analizar los resultados obtenidos en nuestros estudios.

En el tercer punto entramos en la metodología a seguir en nuestros ensayos, como abordamos el problema planteado, las simplificaciones que tendremos que tener en cuenta para la realización de dichos ensayos, como prepararemos el programa para su realización y los pasos a seguir para la obtención de los resultados necesarios en cada caso.

A continuación en el cuarto punto abordaremos los resultados obtenidos en cada caso, los cuales observaremos y comentaremos.

El quinto punto nos llevara a las conclusiones obtenidas con el desarrollo de este proyecto y su posible utilidad en la realización de futuros trabajos en el campo de la ferroviaria o la utilización del programa Pro/Engineer.

En el sexto punto se mostrara un presupuesto aproximado con lo que se mostrara el valor de realización de este proyecto.

Por último el séptimo punto es la bibliografía consultada durante la elaboración del proyecto.





CAPÍTULO 2

FENOMENO DE FATIGA Y ELEMENTOS FINITOS

2.1 Fatiga

2.1.1 Introducción

El término fatiga define en ingeniería el fenómeno de rotura en un material debido a la acción repetida de tensiones o deformaciones por debajo de su límite de rotura. El proceso tiene lugar con la formación y crecimiento de grietas que progresan a través del material hasta producir el fallo de un componente, generalmente de forma catastrófica. El fenómeno puede producirse de diferentes formas, debido a fluctuaciones de la carga a la que está sometido el componente (fatiga mecánica), sometido además a altas temperaturas (creep-fatiga) o bajo la acción combinada de cargas cíclicas y temperaturas también fluctuantes (fatiga termo mecánica), en ambientes químicamente agresivos (corrosión-fatiga) o acciones fluctuantes asociadas a contactos con rozamiento entre materiales (fretting fatigue). La mayor parte de los fallos en componentes de máquinas o estructurales pueden atribuirse a alguno de estos procesos y tienen en común el producirse bajo la acción de cargas cíclicas cuyos valores extremos son considerablemente menores que las cargas calculadas como seguras en base a análisis estáticos.

Las roturas por fatiga son especialmente peligrosas porque no suelen presentar indicios de fallo inminente, sino que éste se produce de modo repentino y sin observar deformaciones plásticas de conjunto, lo que a lo largo de la historia ha provocado importantes accidentes.

Algún ejemplo de catástrofes provocadas por la fatiga puede ser el **Vuelo 1862 de El Al** que tuvo lugar el 4 de octubre de 1992 en Ámsterdam, Holanda. Un avión de carga Boeing 747 de la compañía El Al, procedente de Nueva York, realizó una escala en el aeropuerto internacional de Schiphol para cargar combustible en sus depósitos y realizar diversas operaciones en tierra. Tras esta parada técnica, se programó su vuelo para continuar su viaje hasta Tel Aviv, pero unos minutos después de despegar, perdió los dos motores del ala derecha, volviéndose incontrolable y estrellándose en un vecindario de Ámsterdam llamado Bijlmermeer. Por esta razón, el accidente es también conocido como el Desastre de Bijlmer.

La investigación posterior del accidente concluyó que se debió a la rotura por fatiga de un bulón del interior de un pylon de sujeción del motor número 3 que provocó la pérdida de dicho motor el cual colisionó con el motor número 4 provocando la pérdida simultánea de ambos motores.

Los pylon estaban diseñados de tal forma que facilitasen el desprendimiento del motor en caso de accidente sin causar daños estructurales al resto del avión, lo cual resultó ser un grave error.

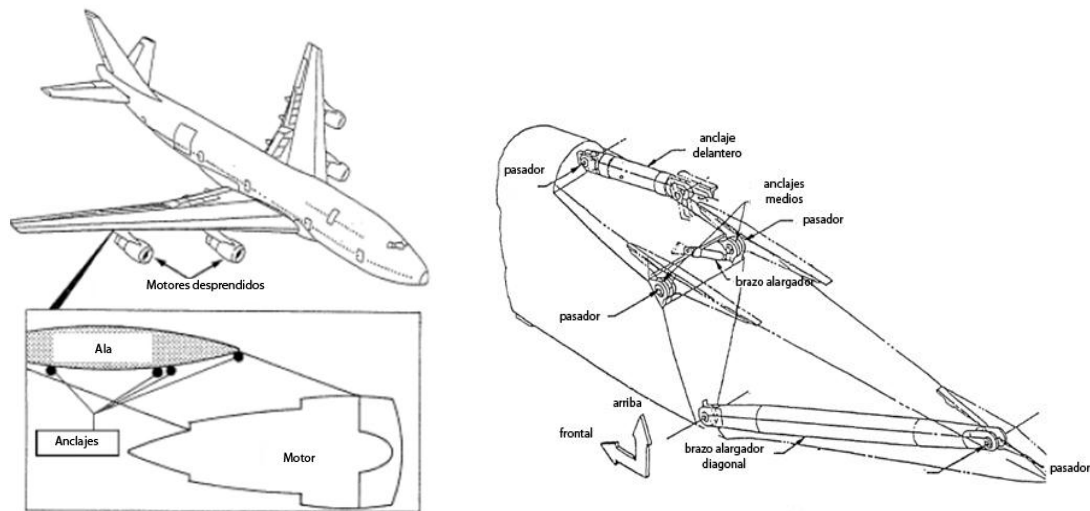


Figura 3: Localización y detalle de un pylon de un Boeing 747.

Después de este accidente y otros dos ocurridos en circunstancias similares (en 29 de diciembre de 1991 el vuelo 358 de China Airlines y el del 31 de marzo de 1993 en un Boeing 747-121 del vuelo 46E de Japan Airlines). Se abandonó la idea de poder desprender los motores en caso de fallo ya que en los tres accidentes se separó un motor causando graves daños al aparato, al borde de ataque, a los sistemas hidráulicos y neumáticos, a los controles, e incluso en este que acabamos de estudiar y en el de China Airlines se provocó la pérdida del otro motor. La nueva idea, es que no sea posible el desprendimiento de los motores. La única circunstancia que se contempla, es el fallo en caso de aterrizaje brusco, donde se procura que el motor no dañe los depósitos de combustible situados en el ala. La primera medida tomada bajo este concepto, ha sido la de rediseñar los pasadores de los anclajes, eliminando la sección débil de menor área. Además, el mismo pasador se fabrica ahora en acero inoxidable altamente resistente a la corrosión y a la fatiga. De esta manera, se espera retrasar la aparición del fallo a fatiga. Todo el programa del pylon ha tenido que ser revisado bajo el concepto de fallo seguro y resistencia frente a la corrosión y a la fatiga. En nuestro caso, si las inspecciones hubieran funcionado adecuadamente, se podría haber detectado las grietas a tiempo y así haber evitado el accidente. También se ha rediseñado totalmente el sistema de anclaje del pylon, añadiéndole dos anclajes más en la zona central. En la ilustración, podemos ver un esquema de los dos nuevos anclajes que han sido añadido en esa zona.

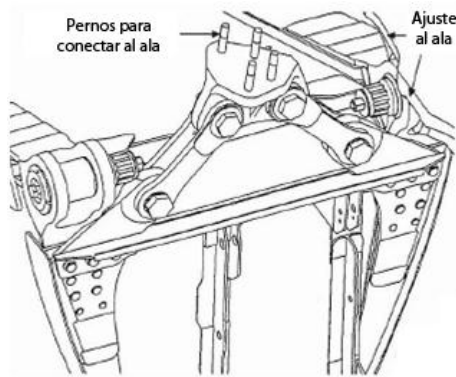


Figura 4: Detalle del bulón de un pylon de un Boeing 747.

Otro ejemplo más cercano a este proyecto es el ocurrido el 30 de junio del 2009 en Viareggio (Italia), el cual se produjo debido a la rotura de un eje delantero de un vagón, que se quebró al pasar el tren, de 14 vagones, por la estación. Como consecuencia de ello el vagón descarriló y se vertió el gas líquido, que en contacto con el aire se volvió una nube de gas. Una chispa podría haber causado la explosión que se produjo a continuación y provocó un gran número de muertes.

Por estas razones el estudio de la fractura por fatiga es muy importante a la hora de diseñar elementos de gran importancia en la maquinaria y evitar con ello este tipo de accidentes.

2.1.2 Historia del estudio de la fatiga

Aun siendo conocido desde la antigüedad sin una definición formal, el fenómeno de fatiga obtuvo gran importancia a partir de la Revolución Industrial en el siglo XIX, se comenzaron a producir cargas dinámicas capaces de llevar a la rotura del material mucho antes que por las cargas estáticas aplicadas, esto hizo que se comenzara a realizar un exhaustivo estudio del fenómeno.

Los primeros trabajos relacionados con la fatiga se atribuyen al ingeniero de minas alemán W.Albert, quien en 1829 realizó ensayos sometiendo a cargas y descargas sucesivas eslabones de cadenas de elevadores. No obstante, el término fatiga para denominar el fallo de materiales debido a cargas repetidas fue introducido más tarde (Poncelet, 1839).

El interés en el estudio del fenómeno comenzó a crecer con el aumento de uso de estructuras férreas, particularmente puentes de ferrocarril. El primer estudio en fatiga de metales se inició en 1842 a raíz de un accidente de ferrocarril ocurrido en Versalles (Francia) en el que murieron entre 1500 y 1800 personas. Ya en 1843, W.J.M. Rankine, ingeniero británico que más tarde sería famoso por sus contribuciones a la ingeniería mecánica, reconoció las características distintivas de la fractura por fatiga e hizo notar el peligro de los concentradores de tensión en los componentes de máquinas.

La British Institution of Mechanical Engineers comenzó a estudiar la llamada teoría de cristalización, que atribuía la rotura por fatiga a que se producía una cristalización de los metales debido a las vibraciones de los elementos en servicio. Esta primera explicación surgió debido al aspecto cristalino de la superficie de fractura.

Los primeros estudios sistemáticos se debieron a August Wöhler ingeniero de ferrocarriles alemán, quien realizó entre 1852 y 1870 gran cantidad de ensayos de flexión rotativa sobre ejes de ferrocarril. Observó que la resistencia de los ejes de acero sometidos a cargas cíclicas era apreciablemente menor que su resistencia estática. Su trabajo permitió la caracterización del comportamiento a fatiga en base a las curvas de amplitud de tensiones frente a número de ciclos de carga hasta la rotura. También estableció el concepto de límite de fatiga al comprobar que las aleaciones de hierro parecían tener un límite de tensión por debajo del cual no se producía la rotura por muy grande que fuera el número de ciclos y el diagrama S-N (diagrama que relaciona el nivel de tensión alternativa pura con el número de ciclos hasta rotura de una probeta).

En 1874, el ingeniero alemán H. Gerber comenzó a desarrollar métodos para el diseño a fatiga, su contribución incluyó el desarrollo de métodos para el cálculo de la vida a fatiga para diferentes niveles medios de la tensión cíclica. Problemas similares fueron abordados por Goodman (1899) y Soderberg.

A principios de siglo Ewing y Humfrey (1903) utilizaron el microscopio óptico y observaron la formación de líneas y bandas de deslizamiento que desembocaban en la formación de micro grietas en el material. Se descartó entonces la vieja teoría de la cristalización del material.

A pesar de que desde principios de siglo se conocía que el fenómeno se debía a la formación y crecimiento lento de grietas, no estaba suficientemente desarrollada la herramienta matemática necesaria para cuantificar modelos de fallo por fatiga.

En 1910, el norteamericano Bastin plantea una ecuación, en la forma del logaritmo de la tensión frente al logaritmo del número de ciclos, para la zona de vida finita observada por Wöhler. La ecuación que se utiliza hoy en día proviene de aquellos planteamientos.

El análisis de tensiones de Inglis (1913) y el concepto energético de Griffith (1921) aportaron el tratamiento cuantitativo de la fractura frágil. No obstante, estas ideas no pudieron ser aplicadas directamente para caracterizar el fallo por fatiga en los materiales metálicos.

A mediados de los años 20, Hanson y Gough apuntaron una hipótesis a este aspecto de la fatiga de los materiales férricos, considerando que se produce un fenómeno de endurecimiento por deformación de tal modo que, para niveles bajos de la tensión de fatiga, es capaz de frenar la propagación de las micro grietas originadas por el deslizamiento cristalino.

Durante la primera mitad del siglo XX se obtuvieron gran cantidad de datos experimentales relacionando la resistencia a fatiga con factores tales como la geometría

y tamaño de las piezas, condiciones ambientales, acabado superficial, estructura metalografía, etc. Las investigaciones en este periodo permitieron el desarrollo de los modelos de daño acumulado para predecir el fallo por fatiga (Palmgren, 1924; Miner, 1945).

Hasta hoy día las investigaciones realizadas son muy numerosas, la disponibilidad de máquinas cada vez más complejas, de técnicas de medición y detección de grietas cada vez más pequeñas, la aplicación de la Mecánica de Fractura, tanto elástica lineal como elasto-plástica, así como un mejor conocimiento del gradiente de tensiones y deformaciones en el fondo de la entalla, entre otros, han permitido un gran desarrollo en el cálculo de la vida a fatiga de elementos mecánicos y un aumento de la fiabilidad de los mismos.

2.1.3 Teoría fenómeno de fatiga

El fenómeno de fatiga cobra gran importancia en estudios de elementos mecánicos como nuestro eje ya que se produce por cargas aleatorias aplicadas en dichos elementos muy por debajo de la resistencia mecánica del material. Puesto que la rotura por fatiga se produce sin una deformación previa es mucho más peligrosa que el fallo estático por lo que es de vital importancia su estudio para el diseño mecánico.

2.1.3.1 Características de la rotura por fatiga

El origen de la rotura por fatiga es un punto de concentración de tensiones en la superficie de rotura.

La apariencia de la superficie de fractura de un elemento por fatiga aporta información sobre las condiciones de trabajo y de la rotura del mismo. Se pueden apreciar tres zonas claramente diferenciadas.

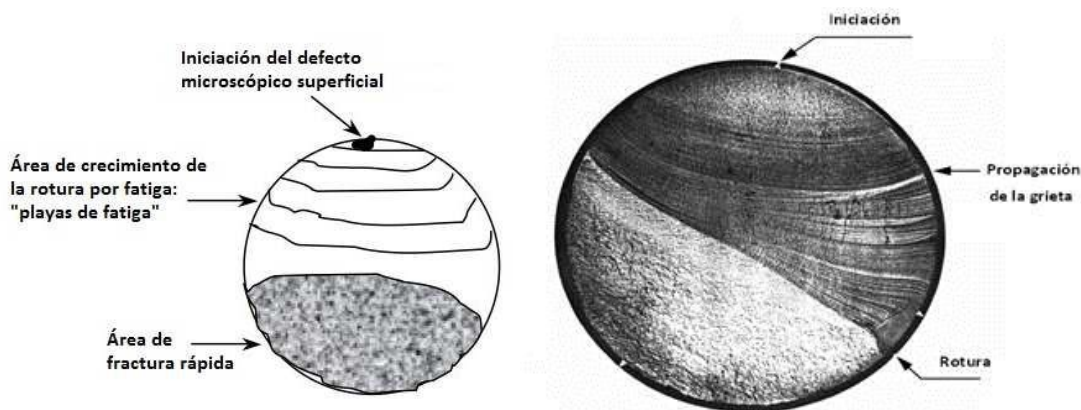


Figura 5: Imagen del proceso de rotura por fatiga de una probeta.

Las tres zonas que se pueden visualizar en las imágenes son:

- ZONA 1: La primera abarca la mayor parte de la superficie de rotura y tiene un aspecto liso, se pueden apreciar los diferentes estados de propagación de la grieta inicial cuyo origen suele ser un punto de concentración de tensiones. Esta grieta se propaga lentamente de forma asimétrica, típico de las fracturas por fatiga de los ejes de rotación. Existe una tendencia de la grieta a propagarse en sentido contrario al de rotación del eje.
- ZONA 2: La segunda zona cubre casi el resto de la superficie de la sección del eje y es una zona de propagación rápida de la grieta presentando un aspecto más rugoso característico.
- ZONA 3: Finalmente la sección neta del eje queda tan reducida que se produce una rotura estática al no poder resistir la carga.

2.1.3.2 Diagrama fatiga (S-N). Resistencia a la fatiga-Limite de fatiga.

Al principio del estudio de la rotura por fatiga de elementos mecánicos se supuso que el origen de la misma se encontraba en alguna imperfección del material (discontinuidades, oclusiones, etc.). Para poder estudiar el fenómeno de fatiga se diseñó un ensayo en el cual se sometía a una probeta de sección circular a un esfuerzo de flexión fijo y se ponía a girar.

De esta forma y normalizando las características geométricas de la probeta y ambientales del laboratorio surgió el ensayo de viga rotatoria. Para el cual se utilizan maquinas como las que vemos en las imágenes.

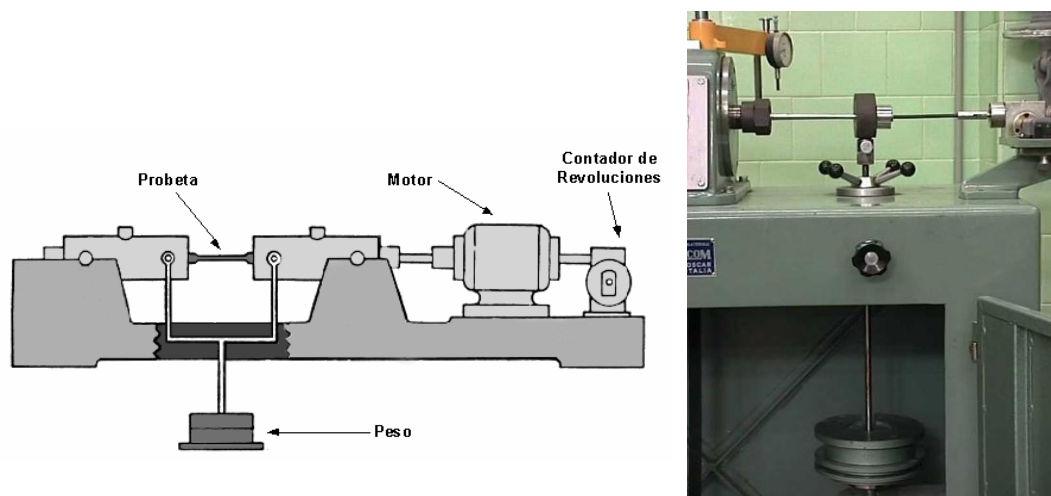


Figura 6: Maquinas de ensayo de rotura por fatiga.

Realizando este ensayo múltiples veces (mínimo 8 ensayos) modificando el esfuerzo de flexión, obtenemos el número de ciclos que dura la probeta.

La curva obtenida es la llamada curva de Wöhler, curva de fatiga o simplemente curva S-N, que representa la duración de la probeta, expresada en número de ciclos hasta la rotura, N, en función de la tensión aplicada.

A continuación observamos el diagrama de fatiga de los materiales férreos en el cual se diferencian 3 secciones claramente diferenciadas.

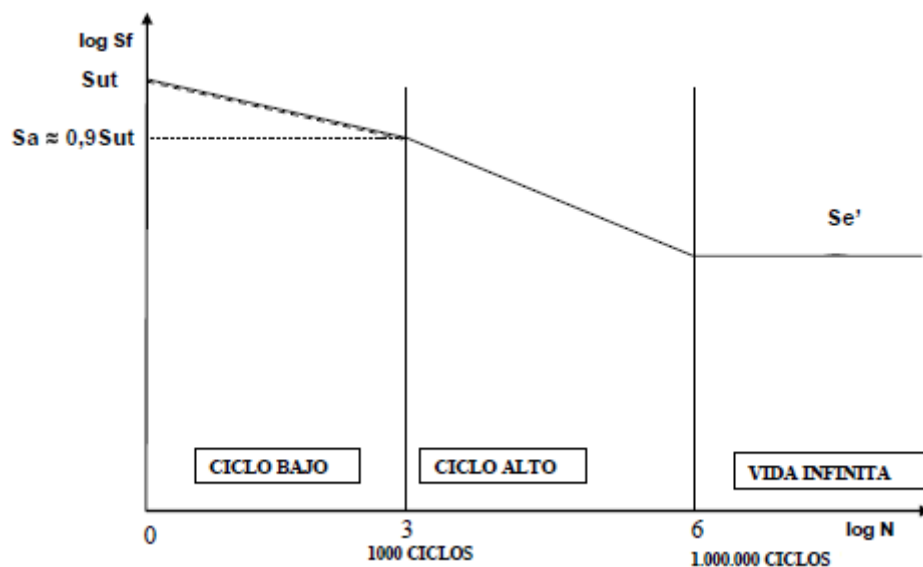


Figura 7: Diagrama S-N de materiales férreos.

- Zona de ciclo bajo: Se sitúa normalmente por debajo de los 10^3 ciclos, dependiendo de los autores. En esta zona el material se comporta de manera muy similar a como lo hace frente a cargas estáticas, pero con una leve reducción de la resistencia.
- Zona de ciclo alto: Hasta 10^6 o 10^7 ciclos para los aceros, según autores. Esta zona muestra una reducción mucho más brusca con la duración, al mismo tiempo se comprueba que el material se comporta de manera diferente a como lo hace frente a cargas estáticas.
- Zona de vida infinita: Existe un valor de la tensión por debajo del cual la duración de la probeta es infinita, es decir, no rompe. La tensión a la que se produce este efecto se conoce como límite de fatiga de la viga rotatoria o *límite de fatiga sin corregir* (S_e').

A lo largo de los años se han tratado de buscar, mediante la relación de numerosos ensayos, correlaciones entre los valores de la resistencia a rotura en tracción (S_{ut}) y del

límite de fatiga de la probeta rotatoria (S_e'). Dependiendo del material, se pueden admitir las siguientes aproximaciones:

- Hierros y aceros forjados:

$$S_e' = 0,5S_{ut} \quad S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 700 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 1400 \text{ MPa}$$

- Aceros colados:

$$S_e' = 0,45S_{ut} \quad S_{ut} \leq 600 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 275 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 600 \text{ MPa}$$

2.1.3.3 Factores modificativos del límite de fatiga.

El valor del límite de fatiga que se obtiene en los ensayos de viga rotatoria es resultado de unas condiciones de laboratorio controladas, utilizando probetas cuidadosamente construidas, pulidas y montadas en la máquina de ensayos.

Sin embargo, las piezas de normal utilización en máquinas reales no suelen parecerse a las dichas probetas, ni se someten a las mismas condiciones de contorno que las supuestas en un ensayo de laboratorio, por lo que se recurre a una serie de coeficientes modificativos que ayudan a adaptar los valores del comportamiento a fatiga de la probeta al comportamiento real de cada pieza.

El resultado de la aplicación de estos factores es la obtención del límite de fatiga corregido (S_e), que se define como el valor de la tensión alternante máxima que permite conseguir una vida infinita del mismo en las condiciones de funcionamiento.

La ecuación que relaciona el límite de fatiga en el ensayo de vida rotatoria (S_e'), el límite de fatiga corregido (S_e) y los factores modificativos del límite de fatiga (K_i) se denomina Ecuación de Marín.

$$S_e = \prod_i K_i \cdot S_e'$$

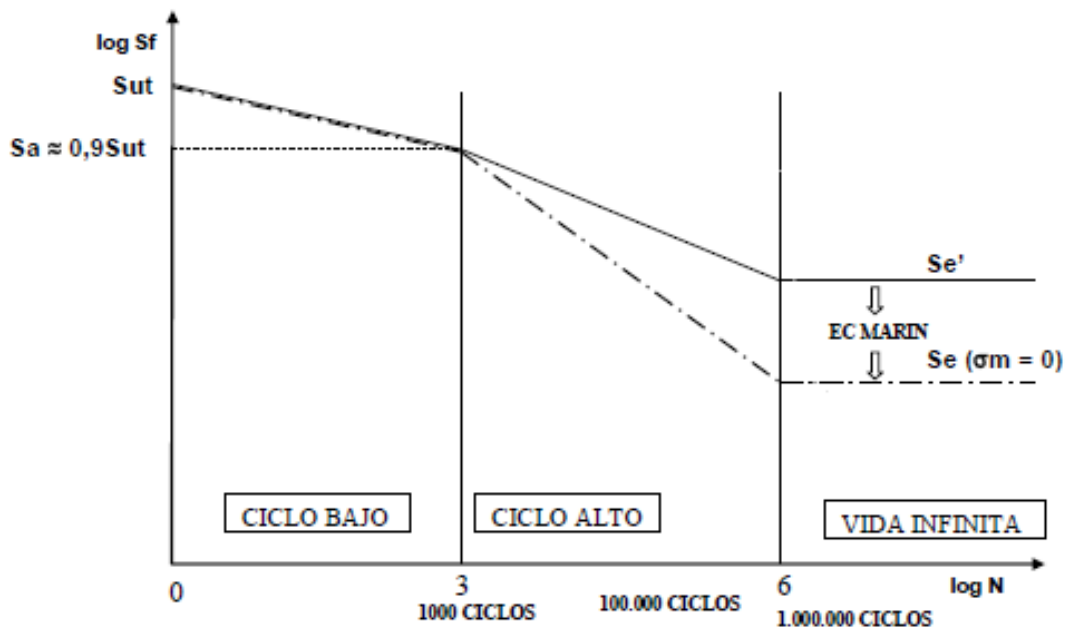


Figura 8: Diagrama S-N con el límite de fatiga corregido con la ecuación de Marin.

Los factores que modifican el límite de fatiga obtenidos experimentalmente son:

- K_a : Factor de acabado superficial
- K_b : Factor de tamaño
- K_c : Factor de confiabilidad
- K_d : Factor de temperatura
- K_e : Factor de concentración de tensiones
- K_f : Factor de efectos diversos

Es conveniente después de escoger los diferentes factores de modificación del límite de fatiga es conveniente realizar una serie de ensayos con modelos reales de prueba para comprobar que la elección ha sido la correcta.

A continuación se desarrollara cada uno de estos factores.

Factor de acabado superficial (K_a)

En los ensayos estándar se utiliza una probeta pulida y con un pulimiento final en dirección axial para eliminar cualquier tipo de punto de concentración de tensiones. El factor de modificación depende del acabado final de la superficie y de la resistencia última del material.

En las piezas reales se produce una reducción del límite de fatiga debido a una mayor rugosidad en la superficie produciéndose así un fenómeno de concentración de tensiones en la misma y es mayor cuanto más alto sea la resistencia última del material.

El valor de K_a se obtiene de la siguiente correlación:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b$$

Donde a y b se obtienen de la siguiente tabla:

Acabado superficial	Coefficiente a (MPa)	Exponente b
Pulido	1	0
Acabado fino (esmerilado, rectificado,)	1.58	-0.085
Mecanizado sin acabar/estirado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272	-0.995

Figura 9: Tabla de índices para la obtención de factor de acabado superficial.

Factor de tamaño (K_b)

Los diámetros de las probetas utilizadas en el ensayo de viga rotatoria tienen unas dimensiones de 7,5 y 12,5 mm de diámetro. Sin embargo, las piezas reales no suelen tener diámetros parecidos a los de las probetas, observándose que cuanto mayor es el diámetro mayor es el límite de fatiga.

Para el cálculo de este factor de tamaño se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- En el caso de carga axial, como norma general se considera $K_b=1$ ya que en este caso el tamaño no influye en el límite de fatiga.
- En el caso de que la probeta esté sometida a flexión o a torsión, el factor de tamaño se calcula por medio de las siguientes ecuaciones, en función del diámetro:

$$K_b = \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,1133} \quad 2,79 \leq d \leq 51 \quad d \text{ en mm}$$

$$K_b = 1,189 \cdot d^{-0,097} \quad 52 \leq d \leq 250 \quad d \text{ en mm}$$

- Por último, puede darse el caso de que el elemento mecánico sometido a estudio no tenga sección circular, en este caso se procede a calcular el diámetro efectivo. Este diámetro efectivo se determina a partir del $A_{0.95}$, que se define como: el área limitada por los puntos de la sección que en algún momento están sometidos a una tensión mayor o igual que el 95% del máximo absoluto.

En el caso de una pieza con sección rectangular, esta área se corresponde con la parte coloreada de la figura:

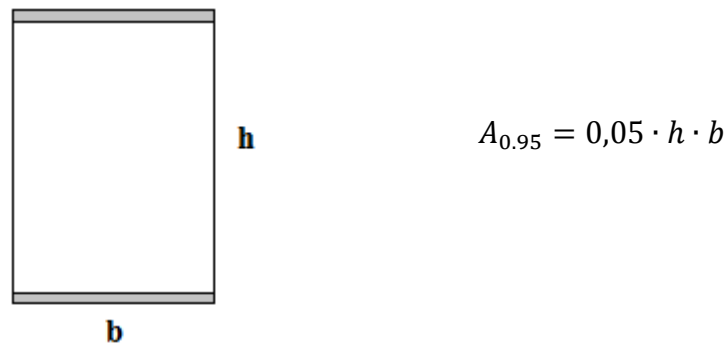


Figura 10: Área correspondiente al diámetro efectivo de una sección rectangular.

Teniendo en cuenta que el área de 95% del esfuerzo de una sección circular de diámetro d_e sometida a flexión rotatoria, viene dada por:

$$A_{0,95} = \frac{\pi}{4} [d_e^2 - (0,95 \cdot d_e)^2] = 0,0766 \cdot d_e^2$$

Igualando las dos expresiones, se obtiene el diámetro efectivo:

$$d_e = \sqrt{\frac{0,05}{0,076}} \cdot h \cdot b = 0,808 \cdot (h \cdot b)^{1/2}$$

Una vez calculado el diámetro efectivo se podría calcular el factor de tamaño con las correlaciones antes descritas.

Factor de confiabilidad (K_c)

Como ya se ha comentado, es importante el carácter probabilístico de los ensayos realizados para obtener las curvas S-N, por esta razón, existe el factor modificativo de confiabilidad, que permite de forma analítica cuantificar esta probabilidad de fallo.

Los valores de K_c en función de la confiabilidad se presentan en la siguiente tabla:

Confiabilidad	Factor de confiabilidad K_c
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

Figura 11: Tabla de valores del factor de confiabilidad.

Factor de temperatura (K_d)

Se sabe que la temperatura modifica todas las propiedades mecánicas de un material, además de la resistencia a fluencia, última y de fatiga.

La obtención de K_d resulta difícil, por lo que se recomienda realizar pruebas de laboratorio para su obtención. A continuación se presenta un criterio valido para su obtención:

$$K_d = 1 \quad T \leq 450^\circ\text{C}$$

$$K_d = 1 - 5,8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450) \quad 450^\circ\text{C} \leq T \leq 550^\circ\text{C}$$

Factor de concentración de tensiones (K_e)

Es muy común encontrar elementos mecánicos con agujeros, ranuras, chavetas, y otra serie de discontinuidades que alteran la distribución del esfuerzo. La influencia que pueda llegar a tener estas discontinuidades se evalúa mediante el factor de concentración de tensiones.

Es importante indicar que la naturaleza del material influye en la necesidad de tener en cuenta este factor, diferenciando así el estudio de un material dúctil de otro frágil.

Por un lado, un material perfectamente dúctil bajo cargas dinámicas, a pesar de ser capaz de deformarse plásticamente, no dispone del tiempo necesario para hacerlo, y por ello es necesario considerar el efecto de la concentración de tensiones. Sin embargo, si este mismo material se encuentra sometido a cargas estáticas el efecto de la concentración de tensiones se considerará nulo.

Si el material es frágil, alrededor de la entalla la concentración de tensión alcanza valores muy elevados. El tipo de rotura es frágil, no va precedida de deformación plástica, por lo que es muy peligrosa. En este caso es necesario considerar el efecto de concentración de tensiones tanto bajo cargas dinámicas como estáticas.

Este factor suele ser el más crítico de todos a la hora de calcular el límite de fatiga al ser el que toma en cuenta las secciones críticas de las piezas a analizar, a continuación mostraremos su método de cálculo.

Para la obtención del factor K_e se utiliza la ecuación:

$$K_e = \frac{1}{\mathfrak{R}_f}$$

Obtención de \mathfrak{R}_f (factor de reducción de la resistencia en caso de fatiga) mediante la siguiente ecuación:

$$q = \frac{\mathfrak{R}_f - 1}{K_t - 1}$$

Despejando queda la ecuación: $\mathfrak{R}_f = q(K_t - 1) + 1$

Siendo q el factor de sensibilidad a las ranuras (depende del material) y K_t un factor de cálculo por configuración geométrica o por tablas como las que se muestran a continuación.

Tablas utilizadas para la obtención de q :

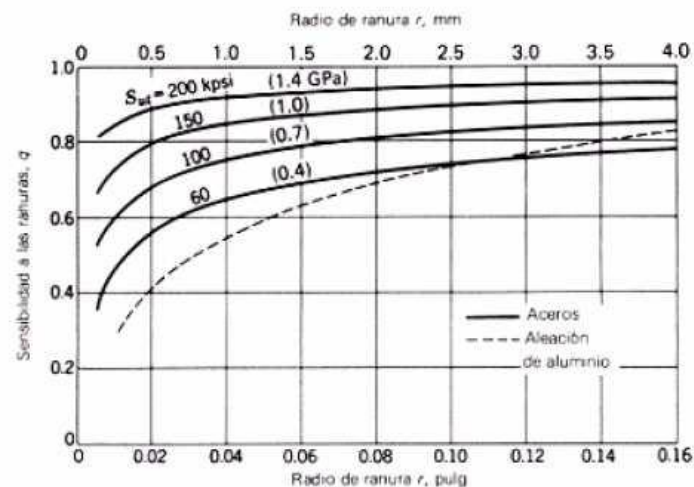


Figura 12: Sensibilidad a las ranuras con cargas de flexión y axiales alternantes.

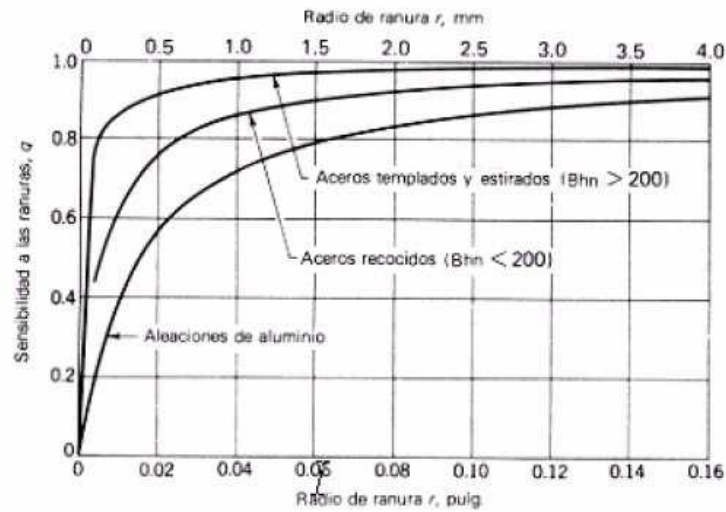


Figura 13: Sensibilidad a las ranuras con cargas de torsión alternantes.

Algunos ejemplos de tablas utilizadas para el cálculo de K_t :

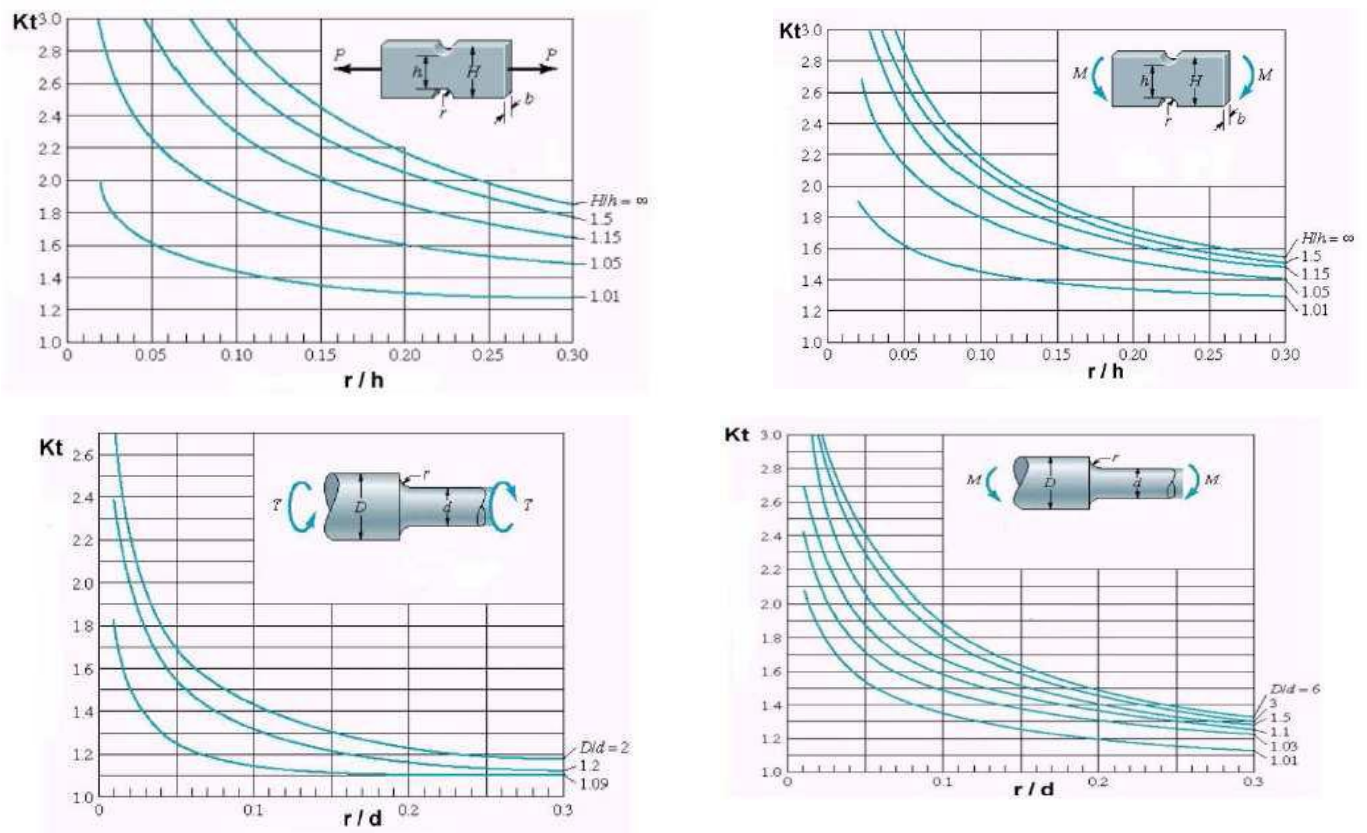


Figura 14: Ejemplos de graficas utilizadas para la obtención de K_t .

Como se observa en estas gráficas, el factor K_t depende tanto de la forma geométrica del elemento (sección circular, rectangular), como del tipo de discontinuidad (agujeros transversales, muescas, estrechamientos de sección), y como del tipo de esfuerzo al que se ven sometidos (tracción simple, flexión simple, torsión).

Factor de efectos diversos (K_f)

Este factor se utiliza para modificar el límite de fatiga en función de otras características no analizadas hasta el momento y que pueden afectarlo.

Normalmente es necesaria la experimentación para cuantificarlo.

Los más importantes son:

- *Efectos residuales o remanentes.*

Son esfuerzos que permanecen en el material en ausencia de carga, y pueden aumentar el límite de fatiga cuando son compresivos o disminuirlo cuando son a tracción.

Algunos de estos esfuerzos son el chorreado de arena, martillado y laminado en frío, las cuales originan esfuerzos de compresión en la superficie de la pieza y mejoran el límite de resistencia a fatiga.

- *Características direccionales operacionales*

El límite de fatiga de piezas fabricadas por estirado, laminado o forja, puede verse afectado por la direccionalidad de la operación que hace que el material se comporte de forma anisótropa. Así, la resistencia a la fatiga en dirección transversal puede llegar a ser un 10-20% inferior que en dirección longitudinal.

- *Efectos de temple superficial*

Debido a los diferentes valores de los límites de fatiga del núcleo de un elemento con temple superficial y de la capa templada, puede suceder que se sobrepase este valor en la zona de unión del temple al núcleo. En la figura siguiente se muestra la distribución, normalmente triangular, de las tensiones de una barra sometida a flexión o torsión. La línea gruesa indica los límites de resistencia a la fatiga para la capa superficial y para el núcleo. En este caso, el límite de fatiga del núcleo gobierna el diseño, porque el esfuerzo σ o τ (según corresponda) en el radio exterior del núcleo es mayor que el límite de resistencia a la fatiga del núcleo.

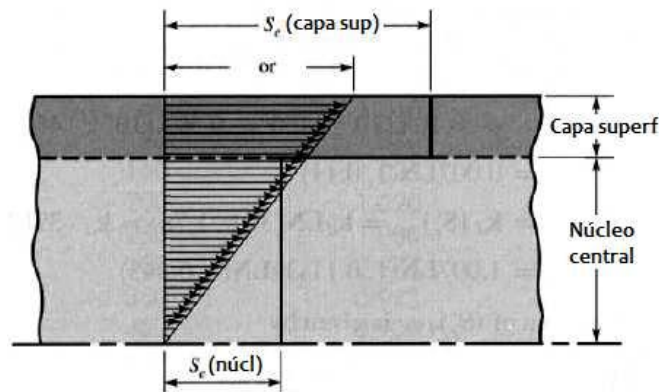


Figura 15: Muestra de la diferencia de límites de fatiga en elementos con temple superficial.

- *Efectos de corrosión*

La corrosión disminuye la resistencia a la fatiga ya que se crean puntos de concentración de esfuerzos que favorecen la creación y posterior propagación de fisuras por procesos de fatiga.

La fatiga por corrosión se ha convertido en uno de los principales problemas en el diseño de ejes de ferrocarril. Aunque no sólo es en este campo en el que dicho fenómeno toma importancia, sino que existen una gran cantidad de procesos en los que se ve involucrada esta forma de fatiga, sobre todo en aquellos en los que existen ambientes de trabajo agresivos, a la intemperie o bajo medios ácidos, zonas de lluvia, zonas costeras, etc.

Debido a esto, desde hace algún tiempo se está estudiando dicho fenómeno en profundidad, así como las consecuencias que acarrea, y concretamente, en el campo ferroviario, donde se ha comprobado que una gran parte de los fallos han sido producidos por el fenómeno de la corrosión. Con el crecimiento que está mostrando la alta velocidad en todo el mundo, se hace necesario controlar todos los parámetros de manera eficaz, ya que el mínimo fallo podría provocar accidentes fatales.

- *Recubrimiento electrónico*

Los recubrimientos electrolíticos suelen producir disminución de los límites de fatiga. Así, por ejemplo en los procesos de cromado, niquelado o cadmiado se puede producir una reducción del límite de hasta el 50%. Sin embargo el galvanizado (recubrimiento con zinc) no afecta.

- *Corrosión por apriete (fretting)*

Este fenómeno se produce por el movimiento microscópico en la superficie de piezas mecánicas o estructuras estrechamente ajustadas, como juntas atornilladas, cojinetes... La reducción en la resistencia a fatiga puede ser de hasta el 70%, y su existencia se reconoce por la presencia de cambio de color en la superficie, picadura, y eventualmente, fatiga.

2.1.3.4 Tensiones fluctuantes.

Los esfuerzos fluctuantes en la maquinaria a menudo adoptan la forma de un patrón sinusoidal debido a la naturaleza de algunas máquinas rotatorias. Es necesario conocer las fuerzas máximas y mínimas para caracterizar el patrón de la fuerza.

Siendo F_{\max} la fuerza mayor y F_{\min} la fuerza menor, se definen las fuerzas medias (F_m) y alternantes (F_a) con:

$$F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \qquad F_a = \left| \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \right|$$

Las componentes del esfuerzo, a partir de las fuerzas anteriores, se definen como:

- σ_{\min} = Tensión mínima
- σ_{\max} = Tensión máxima
- σ_a = Tensión alternante, amplitud de la tensión
- σ_m = Tensión media
- σ_r = Intervalo total de tensión
- σ_s = Tensión estática o estacionaria

Algunas de las cuales, pueden verse en las siguientes figuras:

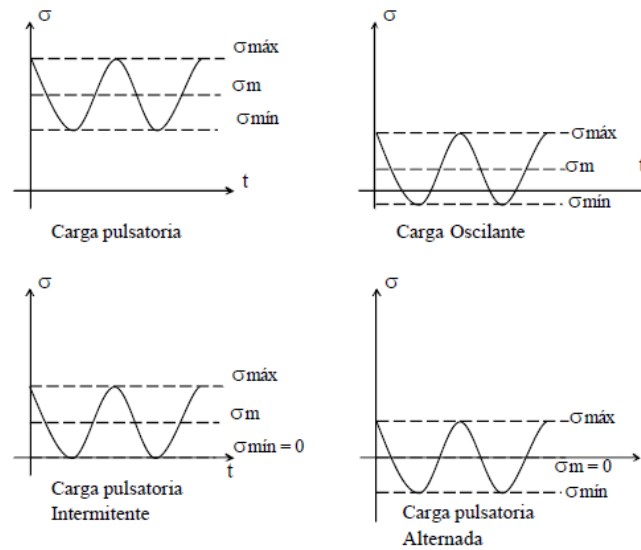


Figura 16: Graficas de los tipos de cargas oscilantes.

El procedimiento a seguir para estudiar este tipo de tensiones fluctuantes consiste en descomponer la carga en sus componentes media y alternante.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right|$$

Se supone el estado de tensión resultante como la superposición de un estado de carga constante (producido por la tensión media), y otro de carga alternante, es decir, con inversión completa (que será producido por la componente alternante).

El problema se tratará buscando una relación entre la componente alternante de tensión y la duración esperada del elemento, pero con la salvedad de que la presencia de la tensión media supondrá una disminución de los valores de la resistencia.

Métodos de análisis con esfuerzo medio no nulo

Muchos elementos de máquinas poseen esfuerzos y tensiones fluctuantes cuyo valor medio es distinto de cero. Este es el caso más general y uno de los más frecuentes.

En determinadas ocasiones no se puede contar con otra información experimental que no sea la correspondiente a los ensayos de flexión rotativa ($\sigma_m = 0$), y la influencia de la tensión media no nula se calcula por medio de varias relaciones empíricas que determinan el fallo en una vida determinada cuando las tensiones alternantes y medias son distintas de cero.

Los enfoques más conocidos son los criterios de Goodman, Soderberg y Gerber.

Criterio de Goodman.

Según este criterio la variación de la resistencia alternante con la tensión media se describe mediante una recta que pasa por los puntos $(0, S_f)$ y $(S_{ut}, 0)$. Es decir, el valor de la componente alternante para fallo a N ciclos es S_f , y para la tensión alternante nula (carga estática), la resistencia media o valor de la tensión media para fallo es S_{ut} . De esta manera la rotura a N ciclos se produce cuando:

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

Este criterio constituya una aceptable aproximación a la realidad y presenta una gran ventaja de expresarse mediante una relación lineal, por lo que es la más utilizada en la práctica.

Criterio de Soderberg.

Esta teoría también es lineal, y predice que, en ausencia de tensión media la rotura se produce cuando $\sigma_a = S_f$, pero que para tensión alternante nula (carga estática) y si el material es dúctil, el fallo se produce para $\sigma_m = S_{yt}$. Para tensiones medias la variación sigue una recta. Así, la condición de fallo a N ciclos se establece como:

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{yt}} = 1$$

En la mayoría de los casos esta teoría arroja resultados excesivamente conservadores, por lo que se utiliza menos que la de Goodman.

Criterio de Gerber.

Esta teoría no es lineal, y supone que la variación de σ_a con σ_m se representa mediante una parábola cuyo vértice es el punto $(0, S_f)$, su eje es el de ordenadas y pasa por el punto $(S_{ut}, 0)$. Así, la rotura a N ciclos se produce cuando:

$$\frac{S_a}{S_f} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

En la siguiente figura se pueden apreciar los distintos criterios y las diferencias que hay entre ellos.

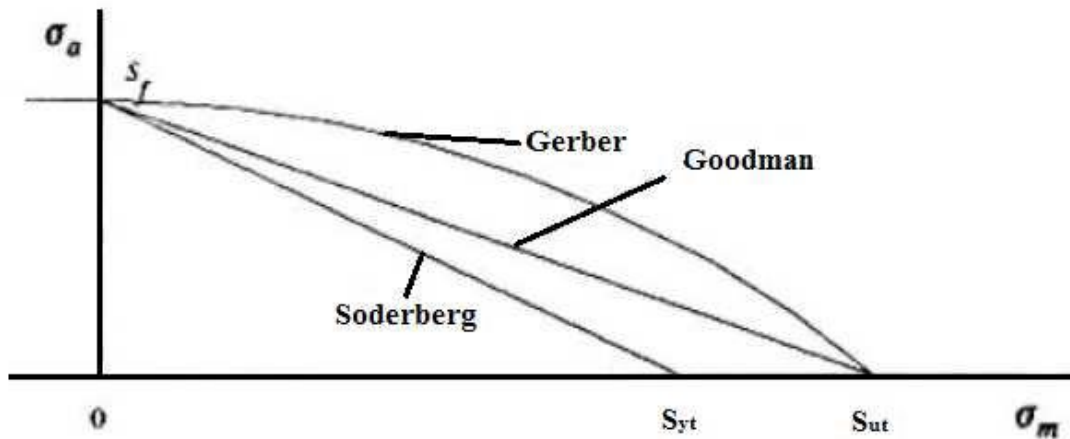


Figura 17: Curvas de los criterios de Gerber, Goodman y Soderberg.

Según la siguiente figura cuando el punto representativo del estado de tensión (σ_m , σ_a) está situado por debajo de las curvas, se tiene seguridad para la duración considerada. Si está sobre la curva correspondiente, cabe esperar el fallo tras esa duración. Y por último si está por encima, el fallo se producirá antes de la duración determinada.

El criterio de Soderberg previene contra el fallo por fluencia, en el sentido de que seguridad a fatiga conlleva seguridad a fluencia, es decir, asegura que la tensión máxima nunca superará el valor de la resistencia a fluencia. Sin embargo, esto no ocurre con las otras dos teorías.

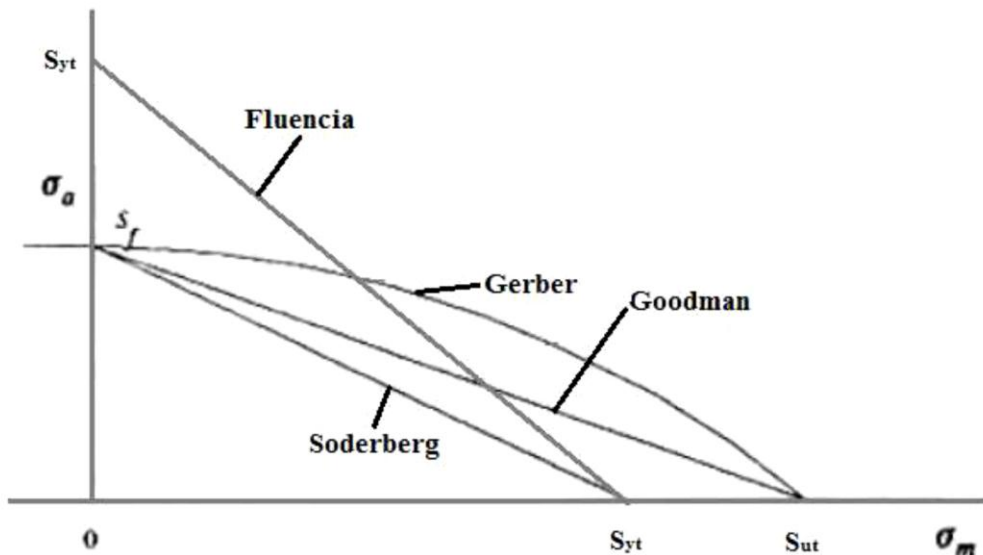


Figura 18: Curvas de Gerber, Goodman y Soderberg con la línea de resistencia a fluencia.

En el supuesto caso de tener tensión alternante nula y tensión media inferior a S_{ut} , pero superior a S_{yt} , según Goodman y Gerber no se produciría la rotura, y sin embargo se habría alcanzado la fluencia.

La explicación radica en que en estos casos el material rompe por fluencia y no por fatiga.

Líneas de carga

En la mayor parte de los sistemas mecánicos, las propias características de funcionamiento hacen que las variaciones de la tensión alternante solo puedan presentarse acompañadas de variaciones de la tensión media.

Por ejemplo, en el caso de las tensiones sufridas por el diente de un engranaje. En la zona de engrane, la base del diente está sometida a un esfuerzo de flexión, mientras que en la zona de no engrane, el diente está libre de esfuerzos. Esto implica que el diente está sometido a unos esfuerzos fluctuantes entre un valor determinado y cero, lo que a su vez quiere decir que las tensiones medias y alternantes serán igual a la mitad de la tensión máxima. En caso de existir una sobrecarga, la tensión alternante aumentará, pero también lo hará la tensión media, y en este caso, manteniéndose ambas iguales. De esta forma, no es posible un aumento de la tensión alternante sin un aumento igual de la media.

Se llama línea de carga a la representación en un diagrama $\sigma_m - \sigma_a$ de los posibles estados tensionales del sistema que se analiza, cuando la carga externa experimenta variaciones, también físicamente posibles, de acuerdo con la naturaleza del sistema.

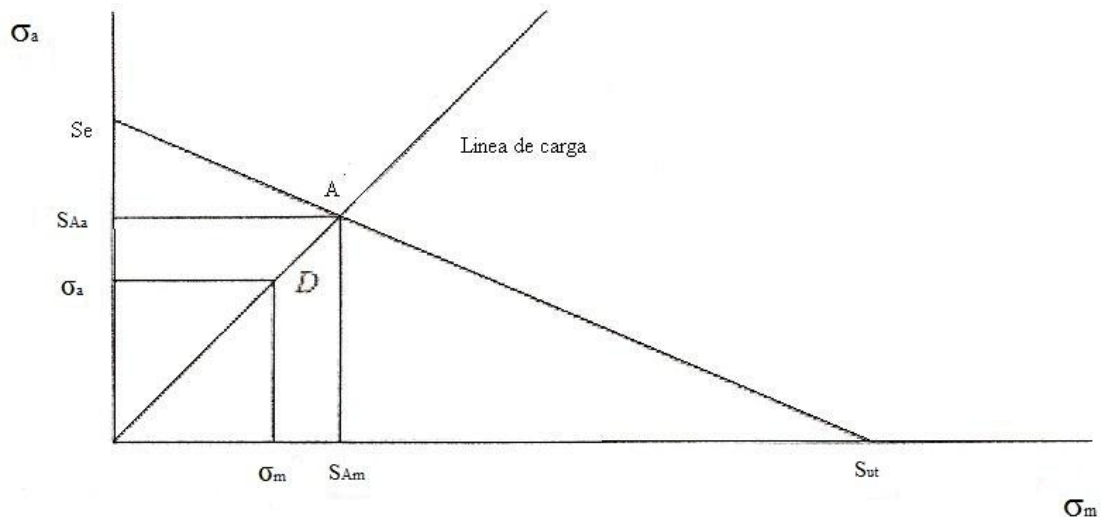


Figura 19: Representación de la línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita.

El punto *A* representa la situación en la que se produce el fallo, en el caso de desear vida infinita.

Si el factor de seguridad se considera como factor de aplicación de la carga, se trataría de buscar el número por que se ha de multiplicar la carga, y por tanto, las tensiones a las que afecta, hasta que las tensiones media y alternante fuesen las correspondientes al punto límite *A*. Como el punto *A* verifica la ecuación de Goodman se tiene que:

$$\frac{S_{Aa}}{S_e} + \frac{S_{Am}}{S_{ut}} = 1$$

Si la carga externa se multiplica por un factor *n* para llegar a la situación límite, las tensiones medias y alternantes de diseño (punto *D*) también se multiplicarán por el mismo factor.

$$S_{Aa} = n \cdot \sigma_a$$

$$S_{Am} = n \cdot \sigma_m$$

Por tanto:

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}}$$

De esta manera queda definido el coeficiente o factor de seguridad *n*.

2.2 Método elementos finitos

2.2.1 Introducción.

El método de los elementos finitos ha adquirido gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obliga a realizar prototipos, ensayos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El método de elementos finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo. Los prototipos siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

Para resolver problemas de análisis de comportamiento lineal, estático y dinámico, de estructuras continuas sometidas a diversas acciones con infinitos grados de libertad, es necesario estudiar un modelo matemático de estructura dividida en partes pequeñas, denominadas elementos finitos, conectados entre sí por puntos nodales pasando de una estructura con infinitos grados de libertad a una de un número finito.

Con ello ya es posible abordar el estudio del comportamiento de la estructura por los métodos matriciales conocidos o del empleo del ordenador.

El número de elementos corresponde a la intuición del ingeniero, que partiendo de una división de la estructura en partes más o menos grandes que a su vez pueden ser divididas en otras más pequeñas hasta que el modelo se comporte de una forma satisfactoria.

El método de elementos finitos como formulación matemática es relativamente nuevo; aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos, como el Pro/Engineer que utilizamos en este proyecto. Pero no obstante el manejo correcto de estos programas exige un profundo conocimiento no solo del material con el que se trabaja, sino también del principio del método de elementos finitos, solo en este caso estaremos en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad.

2.2.2 Historia del método de los elementos finitos.

Aunque el nombre del MEF se ha establecido recientemente, el concepto se ha usado desde hace varios siglos. El empleo de métodos de discretizado espacial y temporal y la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas ingenieriles o físicos es conocido desde antiguo. El concepto de “elementos finitos” parte de esa idea.

Para encontrar vestigios de este tipo de cálculos podríamos remontarnos a la época de la construcción de las pirámides egipcias. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides. Arquímedes (287-212 a.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de áreas. En oriente también aparecen métodos de aproximación para realizar cálculos. Así el matemático chino Lui Hui (300 d.C.) empleaba un polígono regular de 3072 lados para calcular longitudes de circunferencias con lo que conseguía una aproximación al número Pi de 3.1416.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural fundamentalmente en el campo aeroespacial. En los años 40 Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de Rayleigh-Ritz para aproximar soluciones.

Fueron Turner, Clough, Martin y Top quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples (barras y placas triangulares con cargas en su plano) al análisis de estructuras aeronáuticas, utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma.

El trabajo de revisión de Oden presenta algunas de las contribuciones matemáticas importantes al MEF. Los libros de Przemieniecki y de Zienkiewicz y Holister presentan el MEF en su aplicación al análisis estructural. El libro de Zienkiewicz y Cheung o Zienkiewicz y Taylor presenta una interpretación amplia del MEF y su aplicación a cualquier problema de campos. En él se demuestra que las ecuaciones de los EF pueden obtenerse utilizando un método de aproximación de pesos residuales, tal como el método de Galerkin o el de mínimos cuadrados. Esta visión del problema difundió un gran interés entre los matemáticos para la solución de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales mediante el MEF, que ha producido una gran cantidad de publicaciones hasta tal punto que hoy en día el MEF está considerado como una de las herramientas más potentes y probadas para la solución de problemas de ingeniería y ciencia aplicada.

Actualmente el método se encuentra en una fase de gran expansión: es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación en este campo. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de EF, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación.

2.2.3 Conceptos generales del método.

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del conjunto regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- Dominio. Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno. Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje...
- Incógnitas. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas...

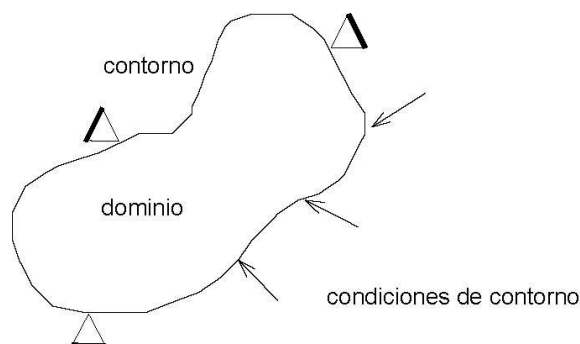


Figura 20: imagen de representación de dominio y contorno.

El método de elementos finitos supone, para solucionar el problema, dividir el dominio en subdominios denominados elementos. El dominio se divide en puntos (en el caso de líneas), mediante líneas (en caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de elementos en que se subdivide.

Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre sí los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de estos podemos calcular el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones... a estas incógnitas se las denomina grados de libertad de cada nodo del modelo.

2.2.4 Aplicación del método.

Teniendo definida geométrica y mecánicamente la estructura y conocido su estado de sollicitación se procede al análisis de la misma del siguiente modo:

- 1- Discretización de la estructura en elementos finitos.
- 2- Numeración de nodos, elementos finitos y grados de libertad de cada nodo respecto a los ejes coordenados generales. Establecimiento de las matrices necesarias para cada elemento respecto a los ejes locales.
- 3- Para facilitar las operaciones se establece la tabla de conectividad de los elementos entre sí.
- 4- Determinación de la matriz de rigidez de cada elemento referida a los ejes coordenados generales.
- 5- Determinación de la matriz global y reducida de la estructura y su inversa.
- 6- Determinación del vector de cargas nodales equivalentes y los corrimientos.
- 7- Con los corrimientos provenientes de las condiciones forzadas de ligadura de los nodos de enlace con el exterior de la estructura y los hallados en el punto 6 se determinan las reacciones.
- 8- Determinación de los vectores tensión y deformación.
- 9- Definición del estado de tensión de cada elemento en los puntos específicos del mismo.

Esta pauta es general; debido a su complicado cálculo en estructuras y elementos de difícil definición, se suelen utilizar métodos computacionales para su cálculo y resolución.

Antes de realizar un cálculo por el método de elementos finitos.

Antes de comenzar a resolver un problema mediante cualquier programa de Elementos finitos conviene reflexionar sobre una serie de puntos.

-¿Qué se pretende con el análisis?

Determinar tensiones, obtener distribuciones de temperatura, ver cómo evoluciona el sistema, calcular frecuencias y modos propios. Esta pregunta nos determinará el tipo de análisis a realizar.

-¿Cómo va a ser la geometría que vamos a analizar?

Seguramente conocemos la geometría real del problema, pero a la hora de realizar su análisis deberemos simplificarla al máximo en función del objetivo del análisis, ya que la mayoría de los detalles son superfluos y lo único que conllevan es un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello deberemos buscar posibles simetrías, anti simetrías, axisimetrías del problema, problemas de tensión o deformación planas, eliminación de detalles superfluos: radios de acuerdo, entallas,... Una vez estudiada la geometría podremos decidir el o los tipos de elementos a utilizar, las características de los mismos, así como las propiedades de el o los materiales (módulo de elasticidad, conductividad,...) a emplear.

-¿Qué condiciones de contorno imponemos sobre el sistema a estudiar?

También serán conocidas, pero deberemos estudiar si son o no importantes o influyentes en el tipo de análisis que vamos a realizar (puede darse el caso, por ejemplo, de que nuestro sistema esté sometido a un cambio brusco de temperatura, pero que deseemos realizar un análisis modal para conocer sus frecuencias naturales, en cuyo caso el resultado es independiente de esta condición). Una vez decididas las condiciones de contorno hemos de estudiar la forma de aplicarlas, si representan las condiciones reales del problema, si existe equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático),... La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos.

-¿Qué resultados esperamos obtener?

Para poder saber si hemos realizado correctamente el análisis o si representa bien la realidad, deberemos tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, si estamos analizando una tubería sometida a presión interior y los resultados nos indican que disminuye el radio deberemos pensar que hemos modelado mal el sistema, bien en la aplicación de las cargas, en el mallado, etc. Una vez estudiados estos puntos estamos en disposición de realizar un Análisis por Elementos Finitos, después de este análisis y a la vista de los resultados conviene repasar los puntos que se han remarcado.

Principios generales aplicados a un continuo elástico

A continuación se muestran algunas de las ideas básicas relacionadas con los fundamentos matemáticos del MEF aplicadas al caso estructural. En el siguiente capítulo se realiza un ejemplo con objeto de aclarar las ideas que se muestran en este capítulo.

Ecuaciones de equilibrio. Principio de los Trabajos Virtuales

Muchos problemas de medios continuos vienen expresados mediante ecuaciones diferenciales y condiciones de contorno sobre la función o funciones incógnita. Ante la dificultad, y en muchos casos la imposibilidad, de encontrar una solución cerrada, se opta por realizar una aproximación, siendo necesaria la expresión integral del Principio de los Trabajos Virtuales.

Se considera un continuo elástico como el de la figura sometida a unas fuerzas Superficiales $\{t\} = \{t_x, t_y, t_z\}^T$ y a unas fuerzas por unidad de volumen $\{X\} = \{X_x, X_y, X_z\}^T$, (las fuerzas por unidad de superficie podrían ser presiones y el peso propio sería una fuerza por unidad de volumen). El vector desplazamientos lo notamos por $\{u\} = \{u, v, w\}^T$. Las deformaciones correspondientes a estos desplazamientos son

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T$$

Y las tensiones debidas a estas deformaciones serán

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T$$

Las ecuaciones de equilibrio para un elemento diferencial de volumen pueden escribirse de la forma

$$\nabla\{\sigma\} + \{X\} = 0$$

Donde el vector $\{X\}$ incluye de forma general las fuerzas de inercia $\{X\} = \{X\} - \rho \ddot{u}$, es decir, consideramos las fuerzas de inercia como fuerzas por unidad de volumen. Multiplicando esta ecuación por una función de ponderación $\{\delta u\}$ e integrando

$$\int_v \{\delta u\}^T \nabla\{\sigma\} dV + \int_v \{\delta u\}^T \{X\} dV = 0$$

Utilizando la formula de Green se puede escribir

$$-\int_v \nabla\{\delta u\}^T \{\sigma\} dV + \int_s \{\delta u\}^T \{\sigma\} \bar{n} ds + \int_v \{\delta u\}^T \{X\} dV = 0 \quad (1.1)$$

Si se asocia la función de ponderación $\{\delta u\}$ con un desplazamiento virtual, el operador \tilde{N} actuando sobre él será una deformación virtual

$$\{\delta \varepsilon\} = \nabla\{\delta u\}$$

El equilibrio en el contorno exige que se cumpla la relación $\{\sigma\} \cdot \{n\} = \{t\}$ y sustituyendo en la expresión (1.1)

$$-\int_v \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV + \int_s \{\delta u\}^T \{t\} ds + \int_v \{\delta u\}^T \{X\} dV = 0 \quad (1.2)$$

En la relación anterior es posible introducir la ley de comportamiento de material mediante la matriz elástica con las propiedades de éste, $[C]$, de forma que

$$\{\sigma\} = [C](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (1.3)$$

Siendo los vectores $\{\varepsilon_0\}$ y $\{\sigma_0\}$ las deformaciones y las tensiones iniciales respectivamente. Introduciendo la expresión (1.3), suponiendo deformaciones y tensiones iniciales nulas, en la ecuación (1.2), obtenemos

$$\int_v \{\delta \varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dV = \int_v \{\delta y\}^T (\{X\} - \rho \ddot{u}) dV + \int_s \{\delta u\}^T \{t\} ds \quad (1.4)$$

Que constituye la formulación del principio de trabajos virtuales y relaciona el sistema de cargas real y esfuerzos con el virtual de desplazamientos.

Funciones de interpolación

Discretizado el continuo, la idea es tomar un conjunto de funciones (funciones de interpolación) que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro del elemento en función de los desplazamientos en los nodos del mismo. Es decir

$$\{u(x, y, z)\} = [N(x, y, z)]\{U\}$$

Siendo $\{U\}$ el vector con los desplazamientos nodales. Una vez conocidos los desplazamientos en todos los nodos se determinan las deformaciones

$$\{\varepsilon\} = [D]\{u\}$$

Donde $[D]$ es el operador diferencial que depende del problema en estudio.

Sustituyendo el valor del desplazamiento tenemos que

$$\{\varepsilon\} = [D][N]\{U\} = [B]\{U\}$$

Donde se obtiene el valor de las deformaciones en función de los desplazamientos nodales.

Sustituyendo la ecuación anterior en la expresión del PTV (1.4) tenemos

$$-\int_V [B]^T [C][B]\{U\} dV + \int_V [N]^T (\{X\} - \rho[N]\{\ddot{U}\}) dV + \int_s [N]^T \{t\} ds = 0$$

Reordenando esta ecuación podemos llegar a un sistema de la forma

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{P\}$$

Donde se definen:

- Matriz de masa consistente

$$[M] = \int_V [N]^T \rho [N] dV$$

- Matriz de rigidez

$$[K] = \int_v [B]^T [C] [B] dv$$

- Matriz de cargas nodales consistentes

$$\{P\} = \int_v [N]^T \{X\} dv + \int_s [N]^T \{N\}^T \{t\} ds$$

La expresión anterior es general y permite determinar las matrices elementales para cualquier tipo de discretización.

Síntesis de las características globales

Las anteriores matrices se calculan para cada uno de los elementos. Realizando una transformación de coordenadas a las denominadas coordenadas unitarias del elemento, las matrices quedan en función de parámetros puramente geométricos y se facilita la integración numérica. Antes de proceder al ensamblaje de todas las ecuaciones hay que realizar la transformación a coordenadas globales con el objeto de tener todas las matrices formuladas respecto al mismo sistema de coordenadas.

Una vez que se dispone de las matrices y vectores elementales en coordenadas globales su acoplamiento en el sistema puede realizarse según el llamado método directo, por el que sumamos en cada posición nodal la contribución realizada por los distintos elementos.

Imposición de condiciones de contorno. Solución

Antes de obtener la solución al sistema de ecuaciones planteado es necesario imponer las condiciones de desplazamientos nodales que sean conocidas. El sistema resultante se puede subdividir en dos términos: uno que contenga los desplazamientos impuestos y otro los incógnita. Resolviendo este sistema tendremos la solución.

Una vez conocidos los desplazamientos nodales es posible calcular otro tipo de magnitudes (deformaciones, tensiones,...).

2.3 Mallado en elementos finitos.

La formación de la malla en elementos finitos de la estructura que se pretende estudiar es una etapa importante y de las más difíciles de precisar ya que condicionan factores tan importantes como la exactitud de la solución a obtener y el tiempo de computación de la misma.

La elección mas razonable es la que nos ofrezca una solución que se aproxime a la realidad al menor coste computacional posible, al no existir unas reglas fijas sobre este aspecto se pretende determinar con este proyecto las diferencias entre un mallado simple y uno complejo, y las diferencias de resultados obtenidos para escoger la opción mas precisa al menor tiempo de cálculo computacional.

Otra elección que queda a criterio del ingeniero es la elección de la geometría de los elementos que forman la malla, esto también influye en los criterios de convergencia del método de elementos finitos y son adecuados cada uno para diferentes geometrías a calcular, por esta razón analizaremos cada una de las geometrías para determinar la mas idónea en cada caso.

Elemento barra:

El elemento barra tiene gran importancia debido a su empleo en estructuras construidas con vigas rectas continuas, estructuras, etc.

Elementos triangulares:

El elemento triangulo es el más utilizado en el cálculo de elementos finitos. Con él se puede aproximar cualquier forma estructural continua, plana o espacial, en forma de lamina, cascaras y bordes curvos siempre que se adapte el tamaño de los triángulos a las necesidades geométricas, aunque en la actualidad existen otros elementos más complejos que se adaptan mejor a algunas de estas necesidades.

Elementos rectangulares:

El elemento rectángulo es muy útil por su facilidad a la hora de realizar los cálculos computacionales cuando sus lados son paralelos a los ejes coordenados globales y la estructura no tiene bordes curvos. Este elemento es de gran importancia para el cálculo de la flexión en placas delgadas y al igual que el elemento triangulo para el estudio de elementos hexaédricos con caras curvas.

Elemento cuadrilátero:

Este elemento puede estudiarse como la suma de dos elementos triangulo.

Elementos tetraédricos:

Los elementos tetraédricos son empleados para el estudio de problemas de elasticidad tridimensional, tienen en el espacio la adaptabilidad que tienen los elementos triangulo en el plano.



Elementos hexaédricos:

Estos elementos son empleados, principalmente, para el estudio de problemas de elasticidad espacial y en el estudio de placas gruesas sometidas a cargas transversales.

Elementos curvos:

Estos elementos de bordes curvos o distorsionados son especialmente útiles para ser adaptados a estructuras continuas con perímetros no rectos.

En Pro/Engineer no disponemos de algunos de estos elementos para configurar nuestra malla ya que los elementos curvos y hexaédricos no son de gran utilidad salvo para los casos concretos que se han detallado anteriormente, y en estos casos se pueden calcular favorablemente con otros elementos más simples de forma que se reduce parcialmente el tiempo de cálculo que destinamos al ensayo en el ordenador.





CAPÍTULO 3

IMPLEMENTACIÓN DE GEOMETRÍA,
CARACTERÍSTICAS Y CONDICIONES DE CONTORNO
DEL MODELO

3.1 Planteamiento del problema

Debido a las necesidades de seguridad ferroviaria planteadas anteriormente se exige un estudio exhaustivo de los ejes de tren para garantizar su durabilidad durante su uso y que cumpla con las normativas vigentes en este aspecto.

El eje ferroviario sujeto a estudio es el que se muestra en la figura. Se trata de uno de los ejes de un vagón de mercancías.

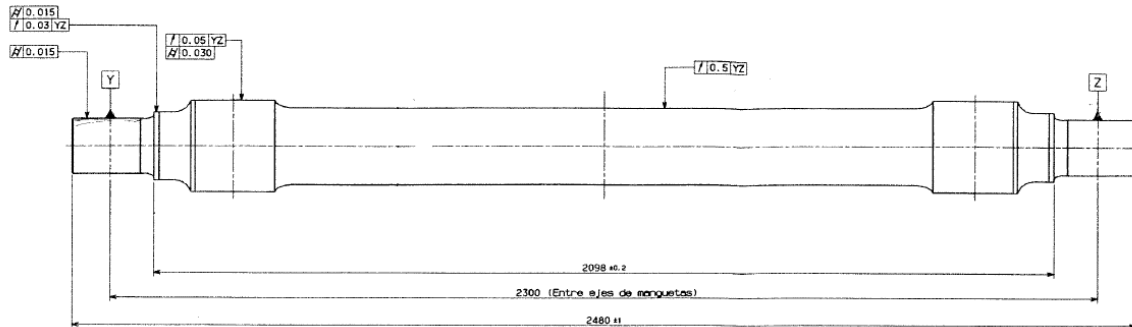


Figura 21: Representación del eje ferroviario.

Es muy importante considerar el fenómeno de la fatiga en elementos y componentes mecánicos durante su vida útil. El hecho de considerar esos aspectos ya en el diseño de los componentes, o analizar sus respuestas a cargas cíclicas sin la necesidad de desmontar los equipos por ejemplo, cobra cada vez mayor importancia por la disminución en los costes y en los tiempos de mantenimiento y producción. Derivando esto al fin y al cabo en aumento del rendimiento y la productividad de los procesos.

Para ello realizaremos una serie de ensayos estáticos y de fatiga de un eje real mediante el programa Pro/Engineer, de esta forma además de estudiar el eje en cuestión probaremos este programa de reciente adquisición por la universidad Carlos III de Madrid.

El estudio a realizar consistirá en desarrollar una serie de ensayos variando el mallado del eje en el programa para probar su veracidad y exactitud según se vaya aumentando el número de nodos, lo cual implicara la búsqueda de un mallado que cumpla unas expectativas de cálculo suficientemente precisas y que no excedan de un tiempo de cálculo demasiado alto, ya que, cuanto más alto sea el número de nodos, el tiempo de cálculo computacional también aumentara, pudiendo llegar a ser demasiado elevado para su uso en estudios reales que impliquen un coste de realización.

Una vez elaboradas las pruebas anteriores se realizaran pruebas con otras opciones de mallado que ofrece el programa Pro/Engineer debido a que este proyecto busca la forma más optima de utilización de dichas opciones para su utilización en el futuro, intentado de esta manera aclarar las dudas que pueda haber en este aspecto del programa.



Análisis a fatiga de un eje ferroviario con Pro/Engineer

Al concluir con los ensayos realizados para encontrar las mejores opciones de cálculo del programa Pro/engineer se buscara la carga necesaria para que el eje estudiado falle debido a sobrecarga, aumentando esta hasta que se produzca la rotura.

3.2 Simplificaciones a tener en cuenta

Se realizará por tanto, el estudio de un eje simple, teniendo en cuenta algunas simplificaciones, con el objetivo de analizar únicamente las tensiones y deformaciones en las secciones críticas del mismo, que estarán sometidas a unos mayores esfuerzos, para un posterior estudio de mejora. Estas secciones, serán en principio, los cambios de sección, tal y como se ha visto en proyectos anteriores. Por tanto, estas simplificaciones serán:

- El eje de estudio no estará sometido a momentos torsores, debido a que el eje no es tractor, es decir, no dispone de coronas de transmisión, y tampoco se va a estudiar la dinámica de frenado con la fuerza que aplican las zapatas sobre la banda de rodadura de la rueda o sobre los discos. Las cargas que sufrirá por tanto dicho eje, en principio, serán las debidas al propio peso y a la masa máxima técnicamente admisible por eje del propio vagón. Además se considerará la precarga que la rueda y el eje efectúan en su montaje.
- Se supone una velocidad constante del convoy para el estudio de fatiga, por lo que no existen esfuerzos en la dirección de avance de nuestro eje. En este caso, se están despreciando los efectos de aceleración y frenado, así como los desniveles que pueda presentar el terreno por el que circula dicho convoy.
- Se tendrá en cuenta la simplificación de que el vagón circula en línea recta, despreciando los efectos que se puedan originar en los tramos con presencia de curvas o desniveles de la vía así como los típicos movimientos de vaivén.
- No se considerará el efecto de la temperatura en el eje, teniendo constancia de que puede ser elevada debido a la transferencia de calor en los transitorios de frenado por la fricción de las zapatas sobre los discos de freno o la banda de rodadura de la rueda.
- El material se ha considerado acero al carbono templado A1N, muy utilizado para la fabricación de ejes de ferrocarril, según la UNE-EN13261 de Diciembre 2009, cuyas propiedades se detallan a continuación:
 - Resistencia última a tracción = 600 MPa
 - Límite elástico = 395 MPa
 - Módulo de Young = 210 GPa
- La carga aplicada por eje será de 25 Ton por lo tanto esta será de 12,5 Ton en cada extremo. Dicha carga está aplicada en la mitad superior de la superficie del eje en la cual apoyaría la caja de grasa.

3.3 Preparación del estudio

3.3.1 modelado del eje ferroviario

Para comenzar con el estudio es necesario modelar el eje de ferrocarril en el programa Pro/Engineer siguiendo las características proporcionadas por el plano facilitado por una empresa ferroviaria en el ANEXO A.

Se comienza generando el perfil de revolución con la herramienta **Revolución** que pertenece al módulo **Estándar**. A continuación se elige el plano donde se desea realizar el esbozo de la pieza y en él se dibuja la sección que se quiere revolucionar. Para simplificar este paso solo se dibujará la mitad del eje debido a que posteriormente se puede aplicar una simetría que complete el eje. En la siguiente figura puede apreciarse el esbozo del eje:

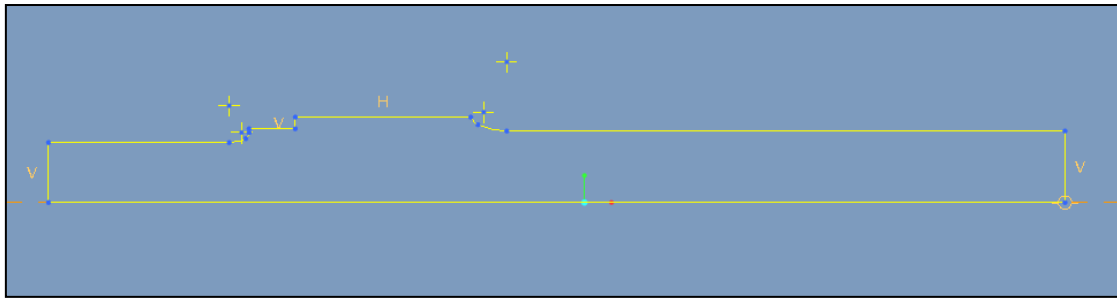


Figura 22: Esbozo del eje ferroviario en Pro/Engineer.

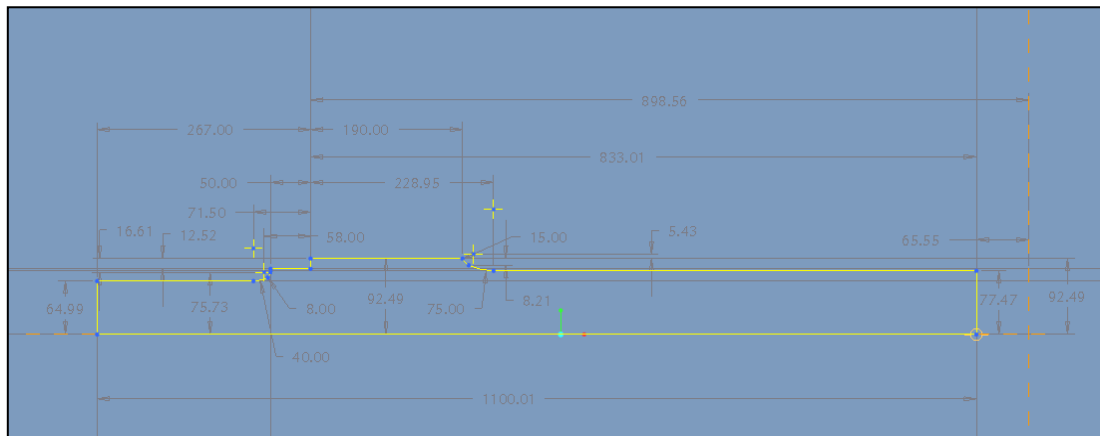


Figura 23: Esbozo del eje ferroviario en Pro/Engineer con cotas.

Una vez terminado el esbozo del eje, es necesario definir el eje de revolución del mismo, en la pestaña **Posición-Eje** que se encuentra en la parte superior de la ventana, tal y como se ve en la siguiente figura:

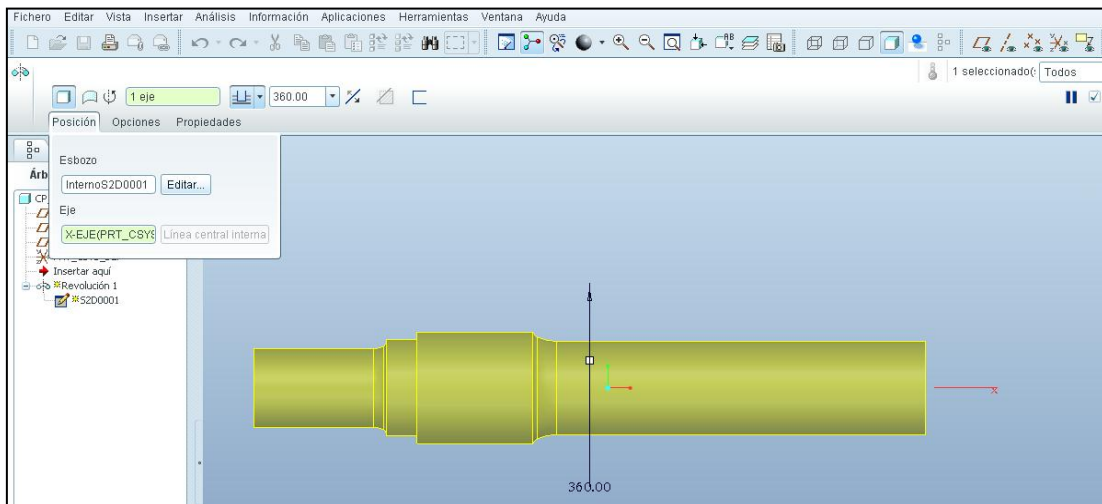


Figura 24: Imagen del eje revolucionado en Pro/Engineer.

Tras aplicar la revolución obtenemos la mitad de nuestro eje de ferrocarril con las dimensiones deseadas, como podemos observar en la siguiente figura:

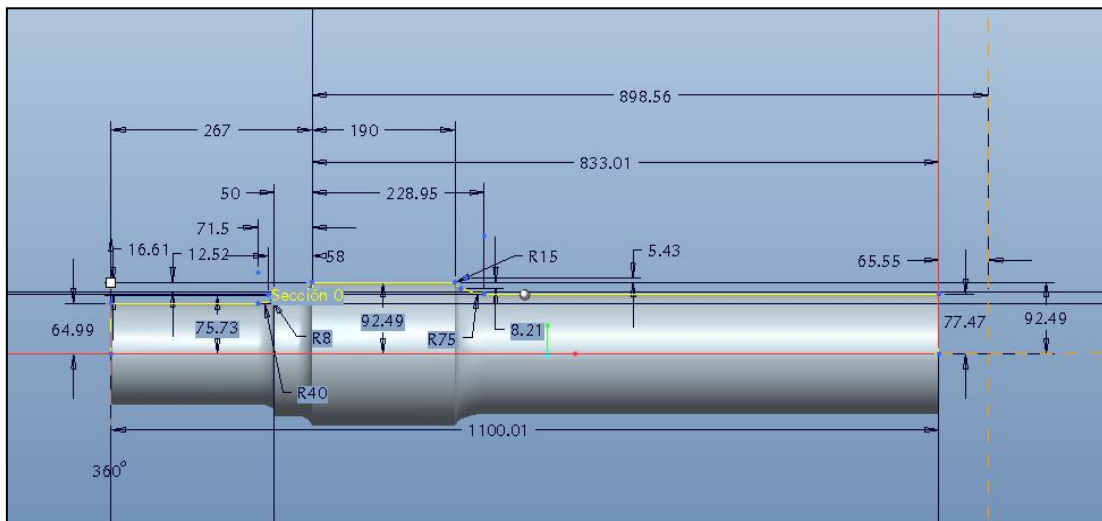


Figura 25: Eje revolucionado con cotas.

Por último, es necesario incluir todavía dos redondeos y los chaflanes en los cambios bruscos de sección, evitando un posible error a la hora de dibujarlo directamente en el esbozo. Se incluyen entonces con las herramientas **Insertar-Redondeo** e **Insertar-Chaflán**. En las siguientes figuras están representados de manera clara los diferentes redondeos y chaflanes incluidos en el eje:

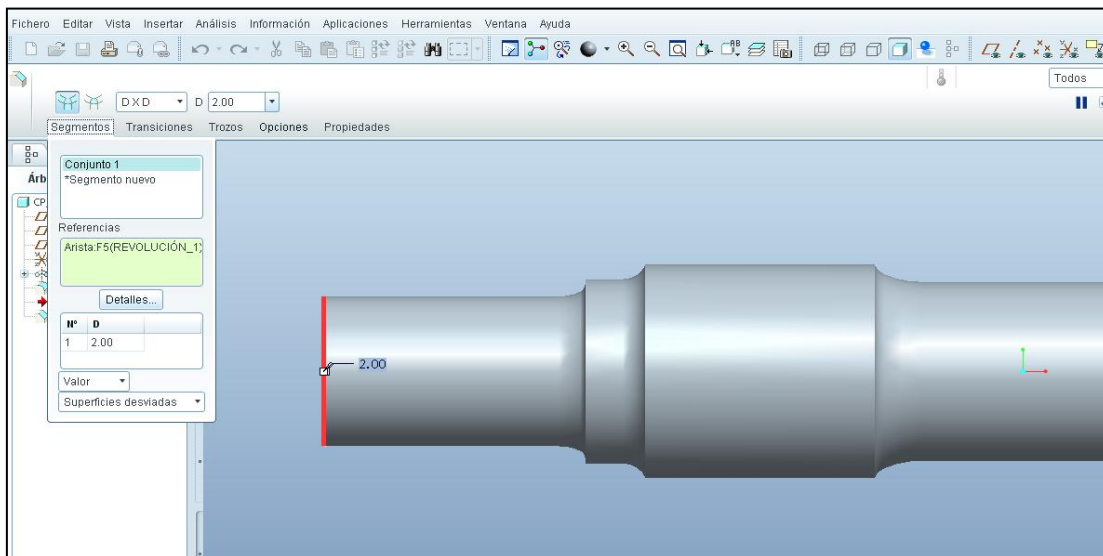


Figura 26: Redondeo del extremo del eje ferroviario.

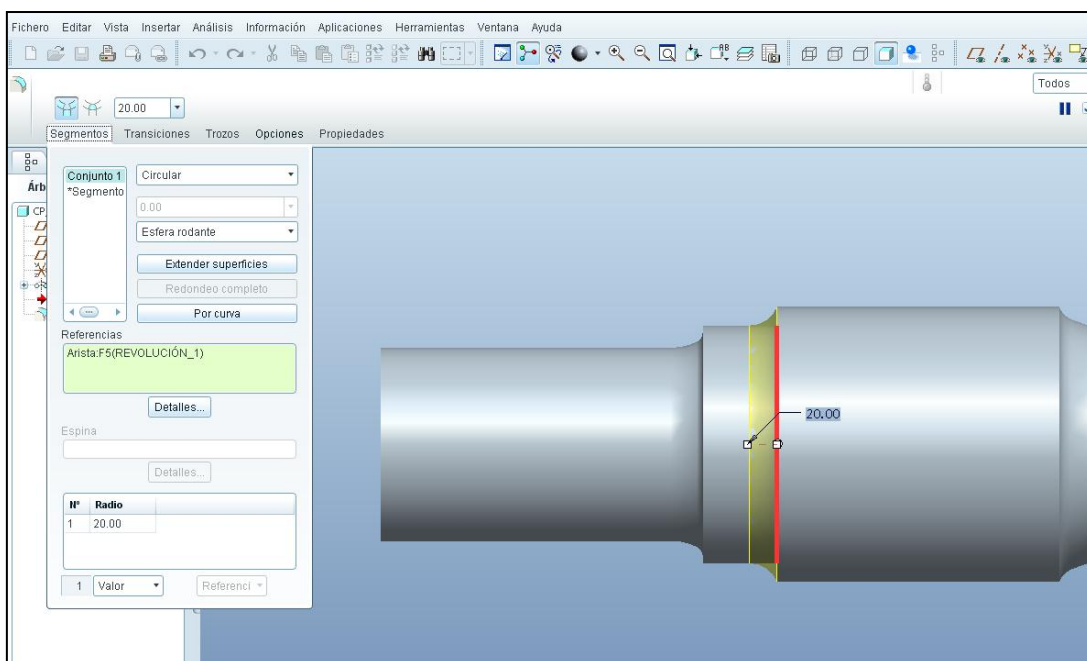


Figura 27: Redondeo de una sección del eje ferroviario.

Una vez concluidos los pasos anteriores, queda así definida la geometría del eje ferroviario en el módulo **Estándar** de Pro/Engineer. De esta manera, en la siguiente figura, se puede ver el aspecto que presenta el eje:

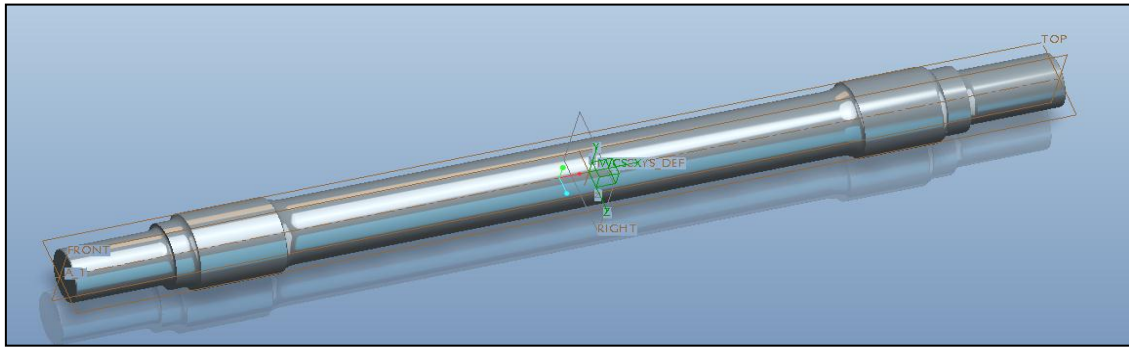


Figura 28: Imagen del eje ferroviario terminado en Pro/Engineer.

3.3.2 Definición del material.

A continuación en el modulo de **Mechanica** procedemos a definir las condiciones de contorno y datos necesarios para la realización de nuestro problema.

Lo primero que vamos a ver es la definición del material del eje, que como hemos visto anteriormente es un acero al carbono templado cuyas características son:

- Resistencia última a tracción = 600 MPa
- Límite elástico = 395 MPa
- Módulo de Young = 210 GPa

En la siguiente figura se observan dichas características introducidas en el programa:

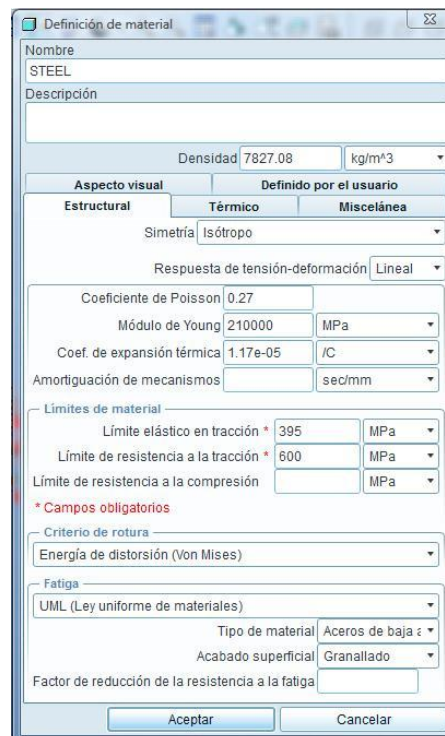


Figura 29: Ventana definición de material.

En la ventana de definición del material es necesario definir también algunas características para el análisis a fatiga:

- Tipo de material: Acero de baja aleación.
- Acabado superficial: Granallado. Este proceso consiste en la proyección de partículas abrasivas (granalla) a gran velocidad, que al impactar con la pieza tratada, produce la eliminación de las imperfecciones. Es un proceso muy utilizado en la industria ferroviaria. Según los manuales de Pro/ENGINEER, este proceso asegura la mínima rugosidad que indica el plano de diseño.
- Factor de reducción de la resistencia a la fatiga: Se ha comentado a lo largo de todo este trabajo el significado de este factor y su cálculo. En el siguiente apartado se calculará para este problema en particular.

3.3.3 Factor de reducción de la resistencia a la fatiga (K_{rf})

Es necesario variar el factor de reducción de la resistencia a la fatiga en función de la geometría de la sección crítica que se esté estudiando. Este factor se calcula como la inversa del factor de concentración de tensiones.

En este caso, el Eje ferroviario, tiene tres cambios de sección para los que habrá que calcular tres factores de concentración de tensiones diferentes. En la siguiente figura se detallan las tres secciones que se van a considerar para el análisis a fatiga.

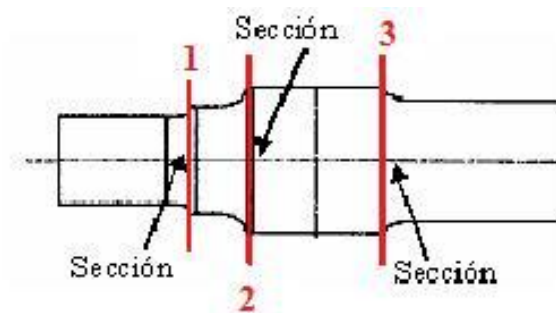


Figura 30: Secciones críticas del eje.

Se calcula entonces el factor de concentración de tensiones para cada sección. El primer paso es calcular el factor de concentraciones teórico (K_t). Para ello utilizaremos la siguiente gráfica:

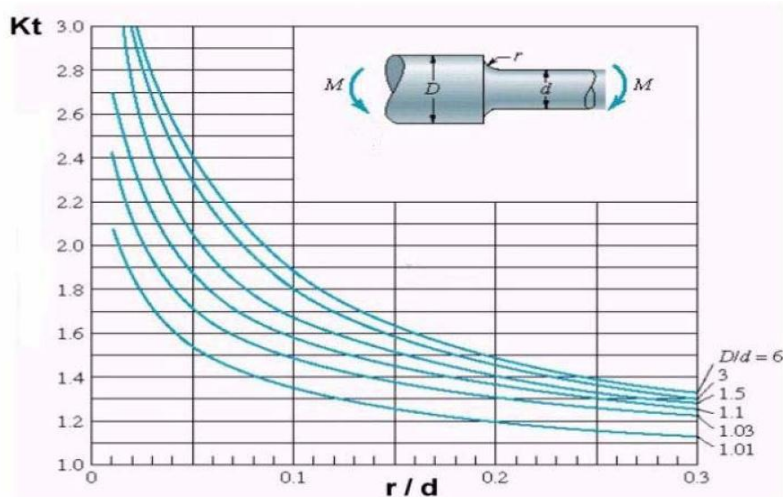


Figura 31: Gráfica para la obtención de K_t para barra de sección circular en flexión con estrechamiento y entalles.

- Sección 1: $\frac{D}{d} = \frac{160}{130} = 1.231$ $K_{t1} = 1,82$

$$\frac{r}{d} = \frac{8}{130} = 0.062$$

- Sección 2: $\frac{D}{d} = \frac{185}{160} = 1.156$ $K_{t2} = 1,5$

$$\frac{r}{d} = \frac{20}{160} = 0.125$$

- Sección 3: $\frac{D}{d} = \frac{185}{155} = 1.193$ $K_{t3} = 1,6$

$$\frac{r}{d} = \frac{15}{155} = 0.096$$

A continuación, se calcula el factor de sensibilidad a las ranuras (q) entrando en la gráfica, con los valores de la tensión última a tracción y el radio de las ranuras.

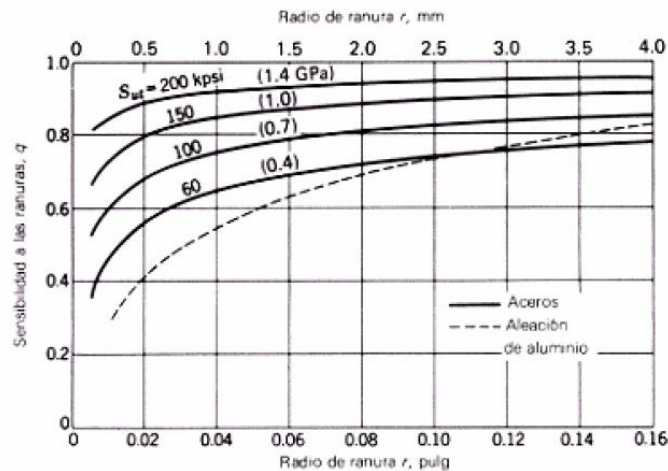


Figura 32: Sensibilidad a las ranuras con cargas de flexión y axiales alternantes.

$$S_{ut} = 600 \text{ MPa}$$

$$r_1 = 8; r_2 = 20; r_3 = 15$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = 0,82$$

El factor de sensibilidad a las ranuras es el mismo en las tres secciones debido a que el radio en la sección es mayor que 4mm en los tres casos.

Seguidamente, se calcula el factor de la resistencia en caso de fatiga (\mathfrak{R}_f) para las tres secciones:

$$\mathfrak{R}_f = q \cdot (K_t - 1) + 1$$

$$\mathfrak{R}_{f1} = 1,672$$

$$\mathfrak{R}_{f2} = 1,41$$

$$\mathfrak{R}_{f3} = 1,492$$

Puesto que el factor de concentración de tensiones (K_e) se calcula como la inversa de \mathfrak{R}_f , y el factor de reducción de la resistencia a la fatiga se calcula a su vez como la inversa de K_e , se tiene que el factor necesario para el análisis a fatiga en Pro/Engineer es \mathfrak{R}_f , con lo que:

$$K_{rfA} = 1,672$$

$$K_{rfB} = 1,41$$

$$K_{rfC} = 1,492$$

Estos tres factores se utilizarán para realizar los tres análisis a fatiga necesarios, uno por cada sección crítica.

Tras estos cálculos podemos completar la ventana de definición del material:

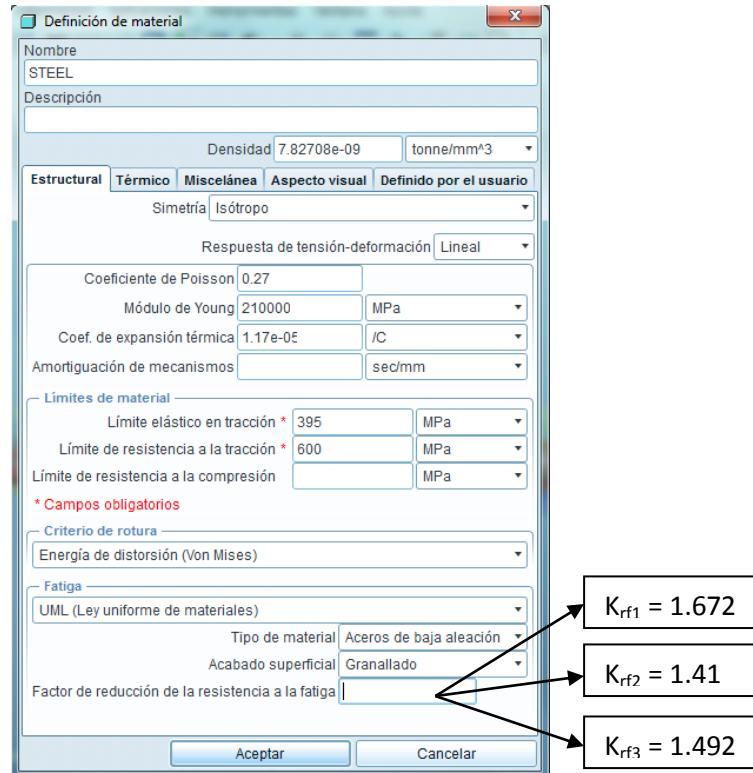


Figura 33: Ventana definición de material con los factores de resistencia a fatiga.

3.3.4 Definición de las restricciones.

Se considera restringido el movimiento en la superficie que está en contacto con las ruedas. Para el análisis se ha impedido el desplazamiento en los ejes *3 ejes*. Para ello se abre la ventana *Constraint*, pulsando en el menú *Insertar > Restricción de desplazamiento*, y se elige la superficie deseada. Se restringe como se ha dicho el desplazamiento en el eje *x* y en el eje *y*. Se libera además la restricción del giro en el eje *x*, ya que está permitido el giro del eje ferroviario sobre su propio eje de rotación. En la figura se observa lo anterior descrito.

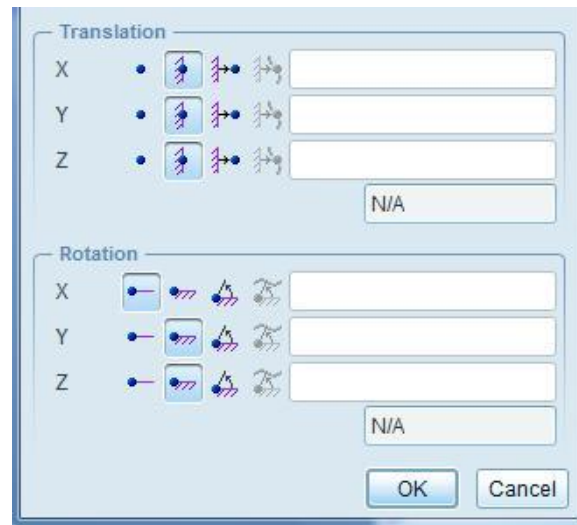


Figura 34: Ventana de restricciones para el eje en Pro/Engineer.

3.3.5 Definición de cargas.

En cuanto a las cargas, como se ha comentado 3.2, se toma un peso de la carga sobre el eje de 25 toneladas. La carga se considera aplicada como fuerza superficial en los dos extremos en voladizo del eje. De esta manera, la carga total en cada extremo es de:

$$F = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ Ton}$$

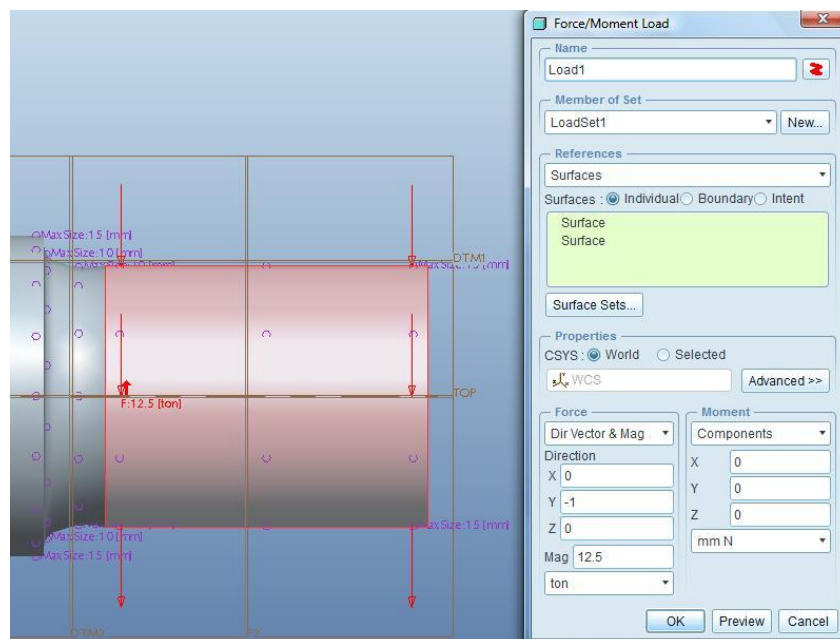


Figura 35: Definición de cargas en el extremo del eje.

En este problema, se va a tener en cuenta también el peso propio del eje, por ser una carga importante. Para definir este tipo de cargas, pulsando en el menú *Insertar* > *Carga de gravedad*, aparece una ventana como vemos en la siguiente figura.

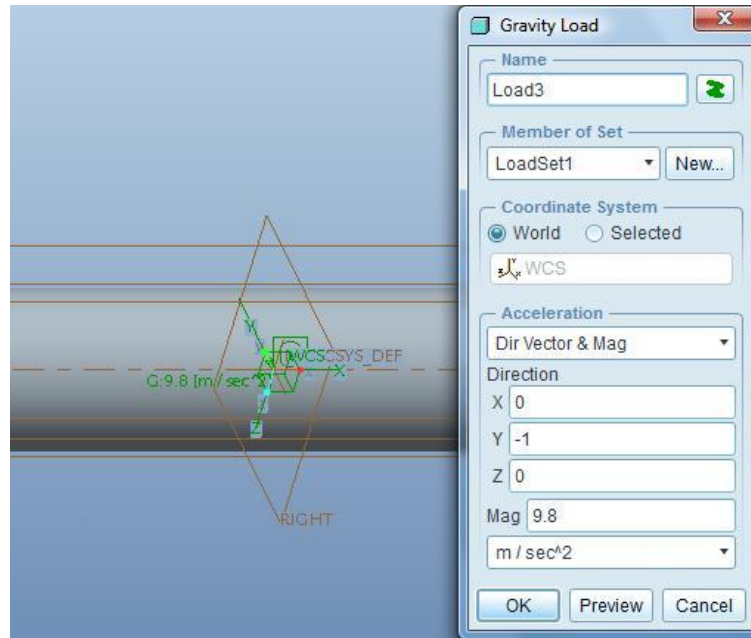


Figura 36: Definición de la carga de gravedad en el eje en Pro/Engineer.

En esta ventana se puede elegir el sistema de coordenadas donde aplicar la carga, y la dirección del vector y la magnitud. En este caso se aplica en el eje y, en sentido negativo, y se le da el valor de 9.8 m/s^2 .

Como se ve, el programa calcula la carga con el valor de la aceleración de la gravedad y la densidad del material (que viene determinada por defecto). Para hacerse una idea del valor del peso propio, se calcula el volumen del eje en el menú *Análisis* > *Medir* > *Volumen*. El programa da directamente el valor del volumen de la pieza que se ha modelizado en las unidades en las que se está trabajando. En este caso:

$$\text{Volumen} = 62056466 \text{ mm}^3$$

La densidad viene definida en la ventana *Definición del material*:

$$\rho = 7.82708 \cdot 10^{-9} \text{ t/mm}^3$$

Por lo que el peso del eje ferroviario resulta ser:

$$m = 0.486 \text{ t} = 4.76 \text{ kN}$$

Una vez definidas todas las restricciones y cargas consideradas en el problema, el aspecto del eje es el de la figura.

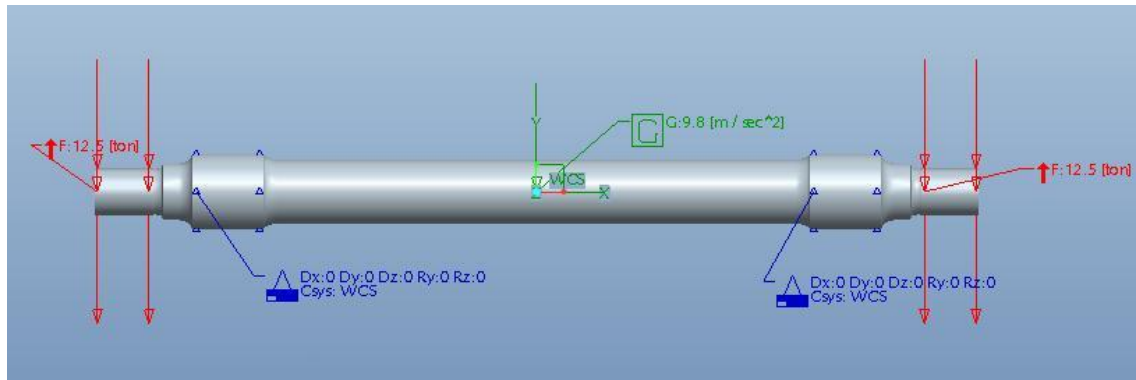


Figura 37: Eje finalizado con las cargas y restricciones definidas.

A partir de este punto tenemos nuestro eje preparado para realizar los ensayos cuyo procedimiento explicaremos en sus respectivos apartados de resultados.





CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA Y RESULTADOS

4.1 Resumen de los estudios propuestos.

En este apartado se procede a explicar en resumen los estudios que se han finalizado y sobre los que se comentaran sus resultados en los siguientes apartados.

En primer lugar se ha hecho un estudio de las diferentes opciones de mallado y aumentando el número de elementos y nodos que la forman para buscar el mas apropiado para futuros estudios que se produzcan con el programa Pro/Engineer sin gastar un excesivo tiempo de cálculo innecesario y que pueda encarecerlos demasiado.

En segundo lugar se probaran diferentes opciones de cálculo que ofrece el programa y que también conllevan un aumento de tiempo computacional al influir en la precisión de los resultados obtenidos, dichas opciones son en los casos estáticos probar las opciones Single-Pass Adaptive y Multi-Pass Adaptive y para estos y los de fatiga variar el Plotting Grid.

Tras obtener unos datos que nos den un medio de análisis preciso y sin un excesivo tiempo de cálculo se buscara la carga aplicada al eje que lleve a su rotura, sobrecargándolo con diferentes cargas superiores a la real.

4.2 Análisis con cambio de malla.

A continuación vamos a realizar una serie de ensayos en el eje de ferrocarril, simulando las fuerzas que ejercería el vagón contra éste en su punto de apoyo, para ello hemos estimado una fuerza de 25 toneladas por eje, aplicando en cada extremo 12,5 toneladas.

En cada caso los ensayos a realizar son un análisis estático y 3 de fatiga en las 3 secciones críticas detalladas con anterioridad del eje, en cada caso iremos aumentando el número de nodos de nuestro mallado para comprobar la variación de los datos obtenidos según la calidad del mallado impuesto y buscar con todos ellos un número de nodos aconsejable para obtener unos datos precisos sin un coste operacional demasiado alto.

El mallado utilizado está formado por tetraedros en el que iremos cambiando su tamaño para hacerlos más precisos, aunque nosotros podemos escoger ciertos tipos de geometría diferente que forme el mallado, la elección definitiva que lo forma la escoge automáticamente el programa Pro/Engineer según la geometría a estudiar.

En los análisis estáticos obtendremos los datos de desplazamiento y de estrés del eje, en los de fatiga el número de ciclos de vida del eje en el que en este proyecto el límite de fatiga será considerando 10^7 ciclos y el factor de seguridad.

4.2.1 Proceso de análisis con cambio de malla.

Vamos a mostrar el desarrollo de uno de los casos a estudiar debido a que el resto de ensayos se realizan cambiando solamente el número de nodos que forman el mallado del eje y el resto de pasos a seguir son los mismos en todos ellos.

En primer lugar procedemos a la creación del mallado para lo cual utilizamos las opciones del menú *AutoGEM* > *Control* donde podemos escoger superficies más críticas del eje donde queremos que el mallado sea más preciso pudiendo escoger el tamaño máximo que formen los nodos en dichas superficies y posteriormente *AutoGEM* > *Crear* que formara nuestra malla sobre el eje como se muestra a continuación.

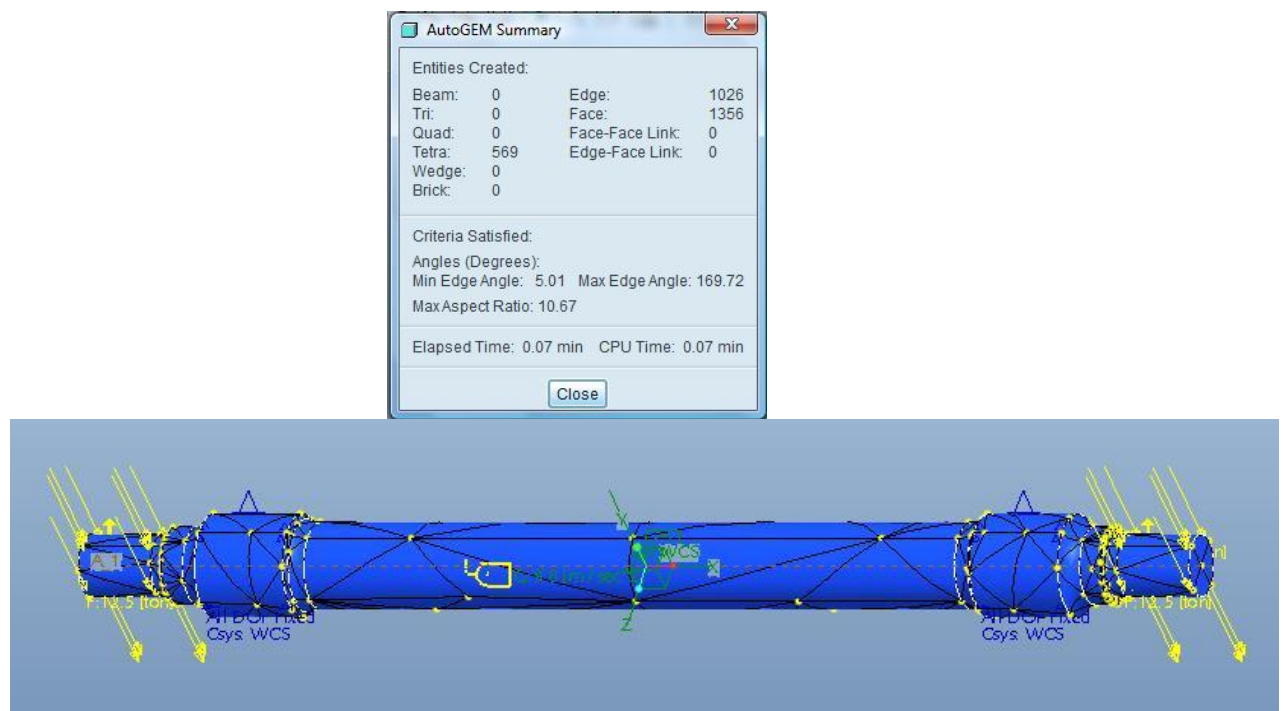


Figura 38: Ventana y ejemplo de mallado básico del eje en Pro/Engineer.

Como puede observarse, el número de tetraedros que forman el mallado en este caso es muy pequeño y dichos elementos son grandes, a continuación mostramos como quedaría un mallado más preciso en las superficies críticas con un número más elevado de nodos.

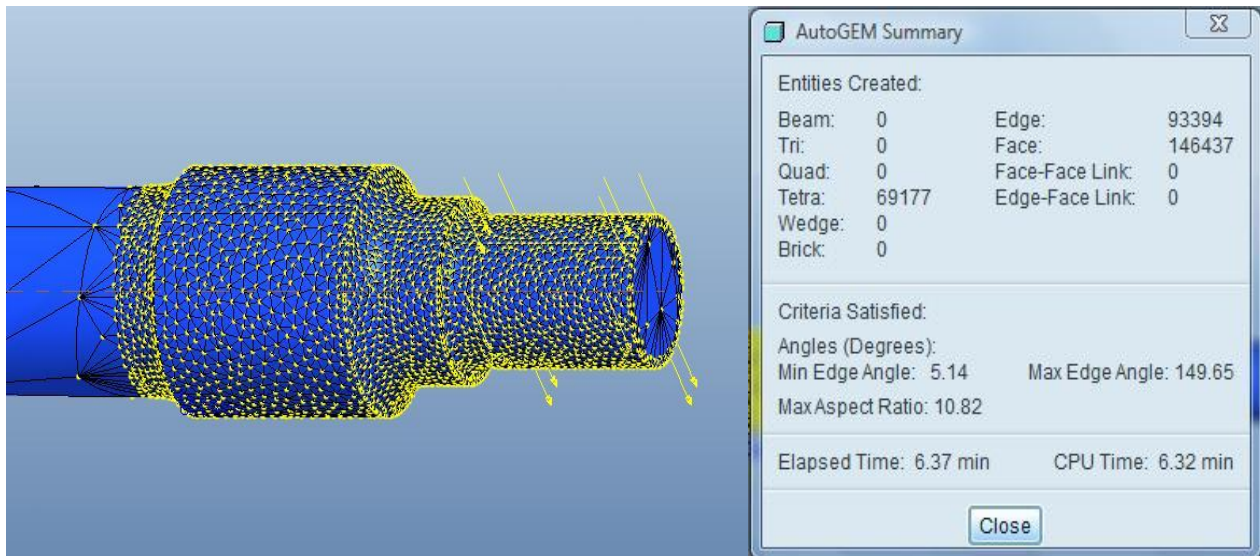


Figura 39: Ventana y ejemplo de mallado detallado en secciones importantes en Pro/engineer.

Posteriormente procederemos a la realización del análisis estático que se define en el menú *Análisis > Análisis/Estudios de Mecánica*. En la ventana *Analyses and Design Studies* se define el nuevo análisis pinchando en *File > New Static*, el análisis estático en Pro Engineer examina aspectos del comportamiento estructural del modelo definido. Con él se pueden calcular deformaciones, tensiones y esfuerzos tras especificar cargas y restricciones.

Las condiciones óptimas del análisis que se llevarán a cabo en todos los análisis del presente trabajo son las siguientes:

- Método Single-Pass Adaptive
- Plotting Grid = 10

Las cuales serán explicadas en profundidad en el punto 4.3 al cobrar más importancia en los ensayos realizados en ese estudio.

En las siguientes figuras se observan los datos que nos ofrece el programa Pro/Engineer en los análisis estáticos, debido a que los resultados obtenidos con los diferentes mallados son relativamente parecidos, se mostrara un ejemplo, pudiendo ver las imágenes de cada caso concreto en el ANEXO B; el caso de muestra será el intermedio realizado, de 12222 nodos.

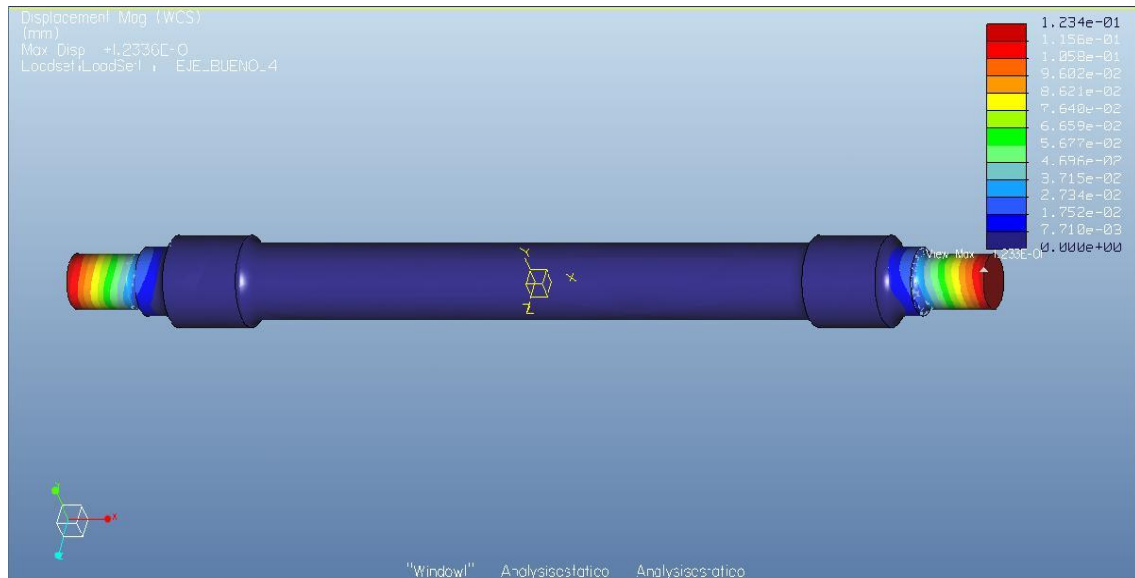


Figura 40: Ejemplo de análisis de desplazamiento del eje en análisis estático con 12222 nodos.

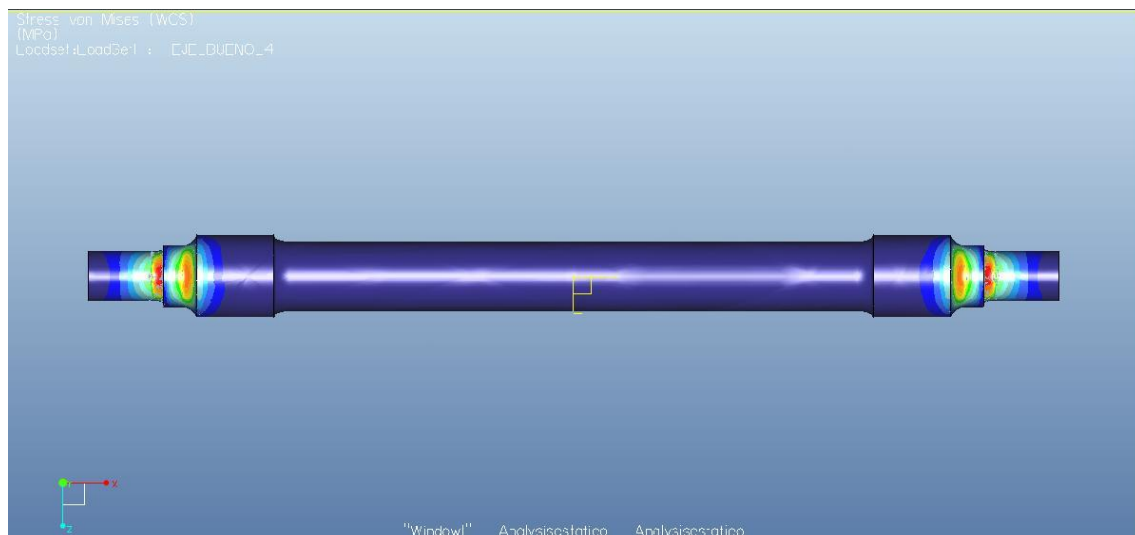


Figura 41: Ejemplo de análisis de estrés del eje en análisis estático con 12222 nodos.

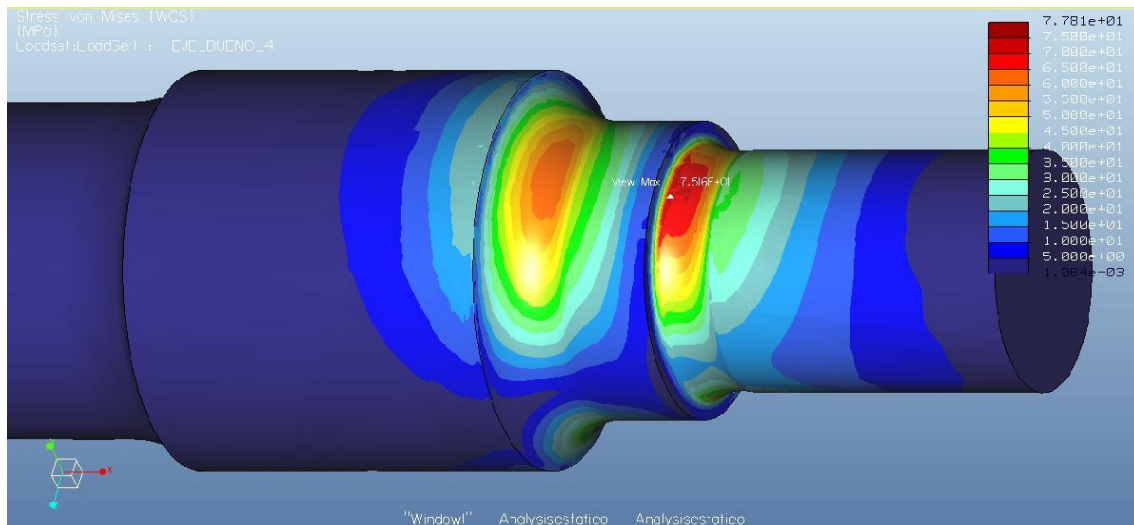


Figura 42: Ejemplo de análisis de estrés detallado en análisis estático con 12222 nodos.

Como se puede observar en la imagen, el estrés al que está sometido el eje es de 77,8 MPa por lo que es muy inferior al límite elástico del material de 600 MPa y por tanto podemos asegurar que el eje no romperá al estar sometido de forma estática a las fuerzas a las que se le somete.

Una vez realizado el análisis de esfuerzos, se pasa a simular el análisis a fatiga. En este caso las características y los parámetros que se han elegido son los siguientes:

- Vida deseada: Según la norma EN 13261, las probetas ensayadas a fatiga deben soportar 10^7 ciclos sin que aparezcan fisuras en su superficie. Por esto, se va a tomar como vida orientativa 10^7 ciclos en este análisis.
- Tipo de carga: Se va a simular una carga alternante pura con los valores detallados en el análisis estático. Para ello sólo es necesario indicar en el tipo de carga *Peak-Peak*, y por defecto los factores de carga mínima y carga máxima son -1 y +1 respectivamente.
- Plotting Grid: Se define el mayor grado de detalle para el análisis dando un valor de 10, como se ha comentado en anteriores análisis.
- Análisis previos: Es útil marcar la casilla *Use static analysis results from previous design study*, para reducir el tiempo de simulación.

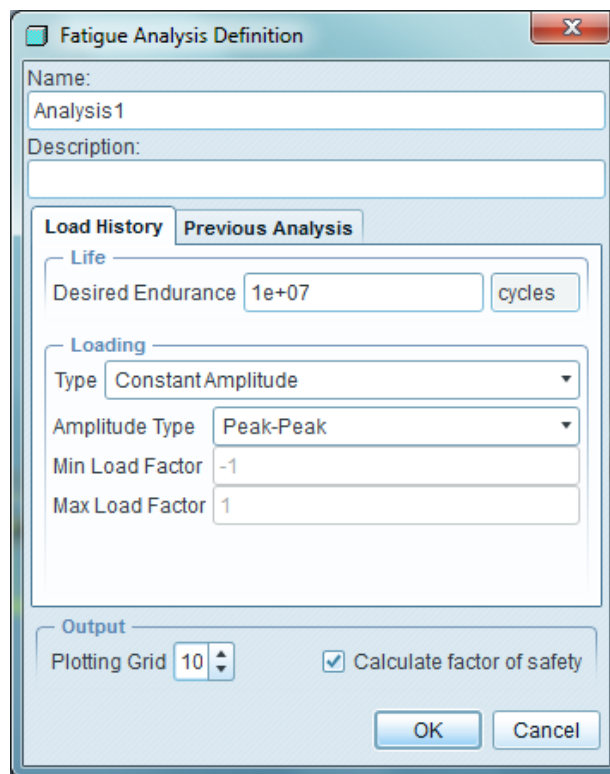


Figura 43: Definición de las propiedades del análisis a fatiga.

En cuanto a otros parámetros necesarios en el análisis, se recuerda que para este problema se han determinado tres secciones críticas, cada una con un factor de reducción de la resistencia a la fatiga.

-Seccion 1:

En esta seccion se recuerda que el factor a fatiga es $K_{rf1} = 1,672$

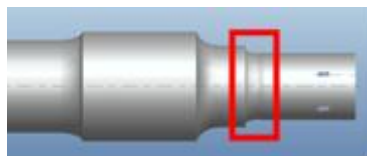


Figura 44: Sección 1.

Se procede entonces a realizar un análisis de fatiga del que se obtendrán datos de la vida a fatiga del eje y de su factor de seguridad que se mostraran en las siguientes imágenes también del caso de 12222 nodos.

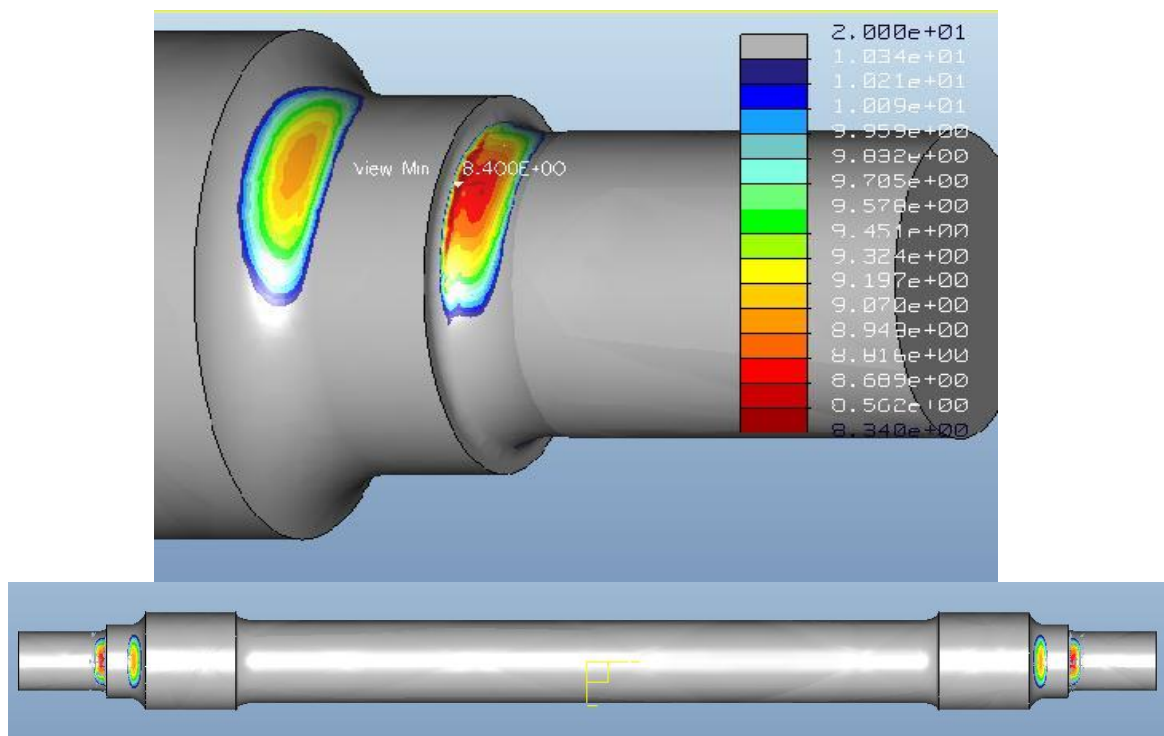


Figura 45: Vida a fatiga para la Sección 1.

El número de ciclos para esta sección es de $N_{fl} = 10^{8,40}$ ciclos, en este caso el numero es superior al máximo número de ciclos que aguanta el eje. En el Apartado 4.2.2 se analizarán todos los resultados obtenidos.

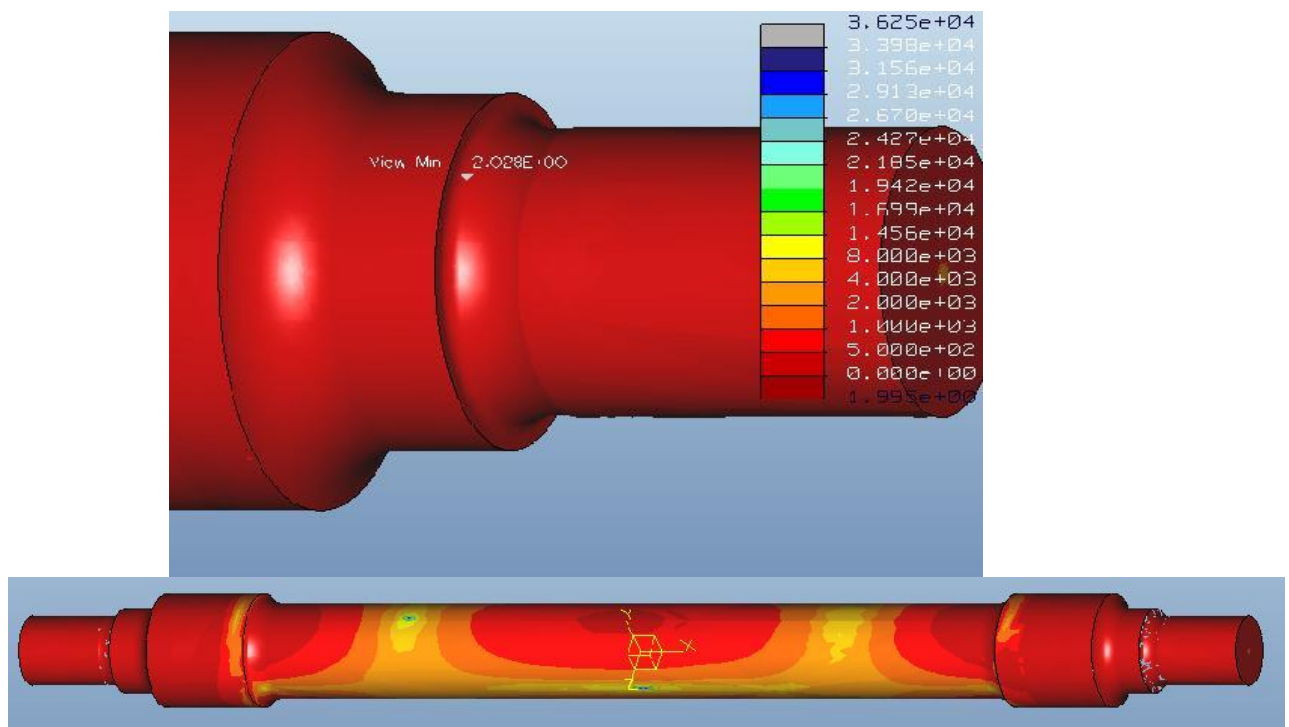


Figura 46: Factor de seguridad de la seccion 1.

Para esta sección el factor de seguridad es de $n=2,28$ por lo que se puede considerar seguro durante el funcionamiento del eje en su vida útil.

-Sección 2:

Se procede de la misma manera para la Sección 1, recuadrada en la figura 47. En este caso el factor de reducción de la resistencia a la fatiga es $K_{fr2} = 1,41$

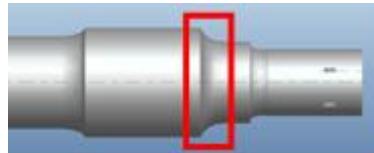


Figura 47: Sección 2.

El análisis a fatiga demuestra que en este caso, la vida correspondiente a esa sección es de $N_{f2} = 10^{9,13}$ ciclos, como demuestra la figura 48.

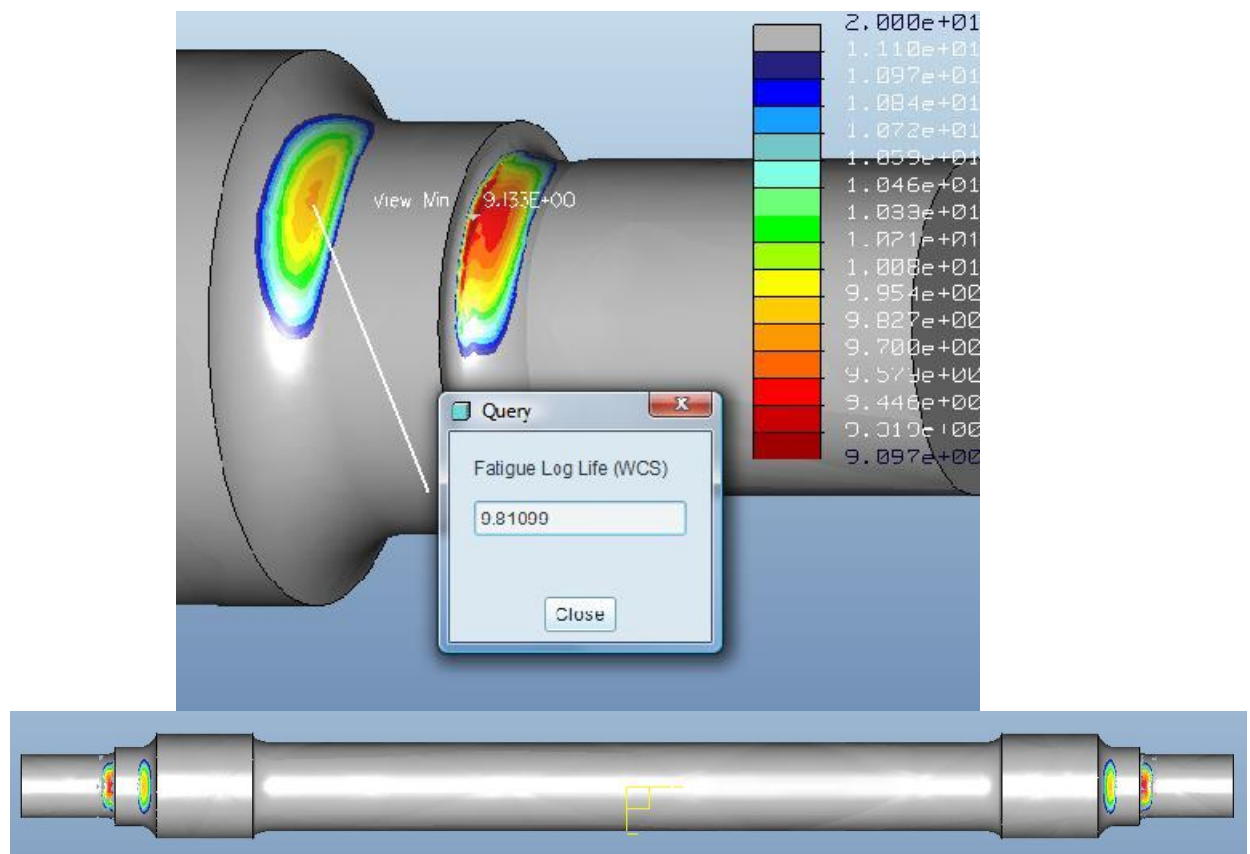


Figura 48: Vida a fatiga en la sección 2.

Aunque como se puede observar en la figura 48 la vida a fatiga mínima no corresponde a la sección estudiada si no a la sección 1 que es nuestra sección más crítica y la que antes rompería en caso de fractura, obteniendo en la sección 2 un valor de $10^{9,81}$.

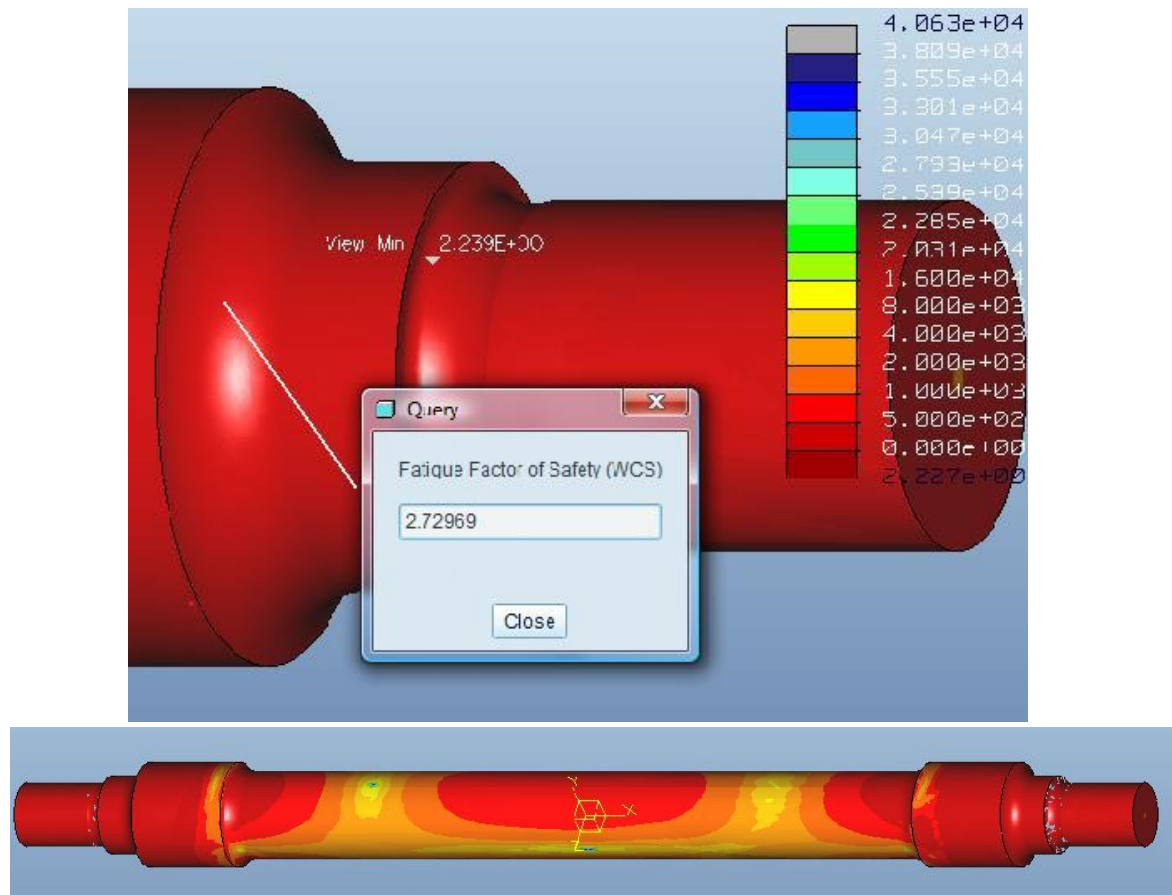


Figura 49: Factor de seguridad en la seccion 2.

Como ocurre con la vida a fatiga el mínimo factor de seguridad se sigue encontrando en la seccion 1 que es la critica con un valor $n=2,23$ mientras que en la seccion 2 es algo mallor con un valor de $n=2,79$ siendo estos valores superiores al minimo considerado y por tanto seguros.

-Seccion 3:

Por último se realiza el análisis con el factor de reducción de la resistencia a la fatiga correspondiente a la sección 3, detallada en la figura 50 y con valor de reducción de la resistencia a la fatiga de $K_{rf3} = 1,492$.

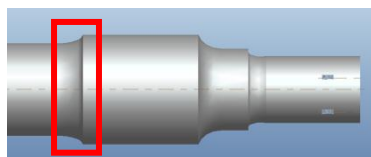


Figura 50: Seccion 3.

La vida a fatiga para esta sección es de $N_f = 10^{20}$ ciclos, como se puede ver en la figura 51.

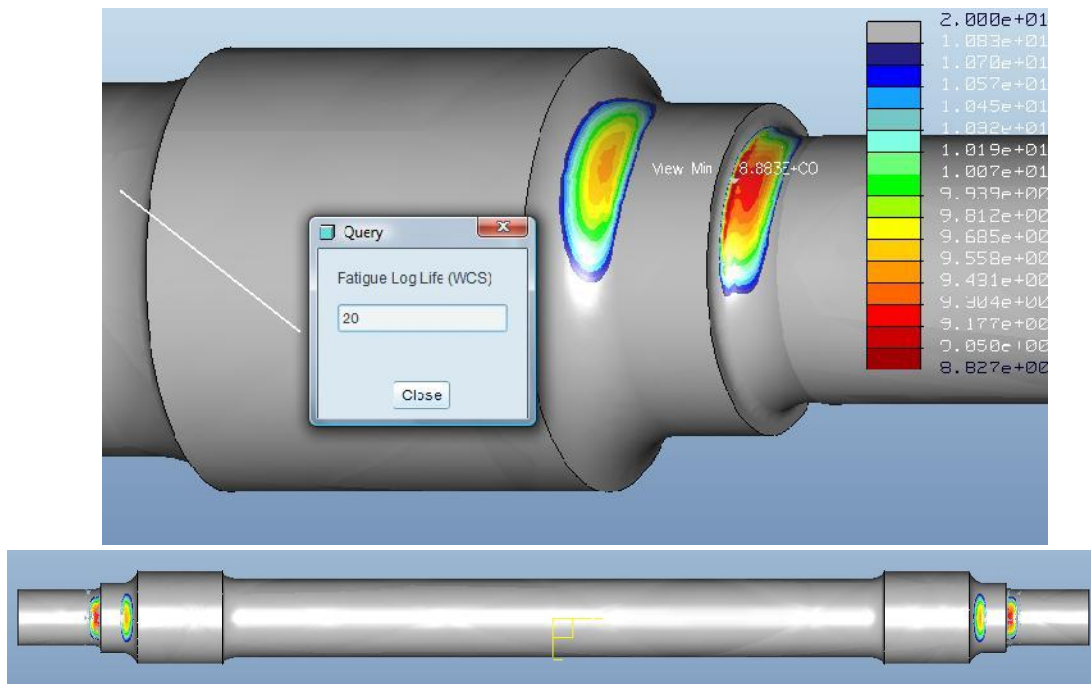


Figura 51: Vida a fatiga en la seccion 3.

Siendo la minima en la sección 1 con $10^{8.88}$ ciclos y la que tomaremos para los estudios ya que la vida a fatiga minima es la que nos interesa para saber si nuestro eje es seguro.

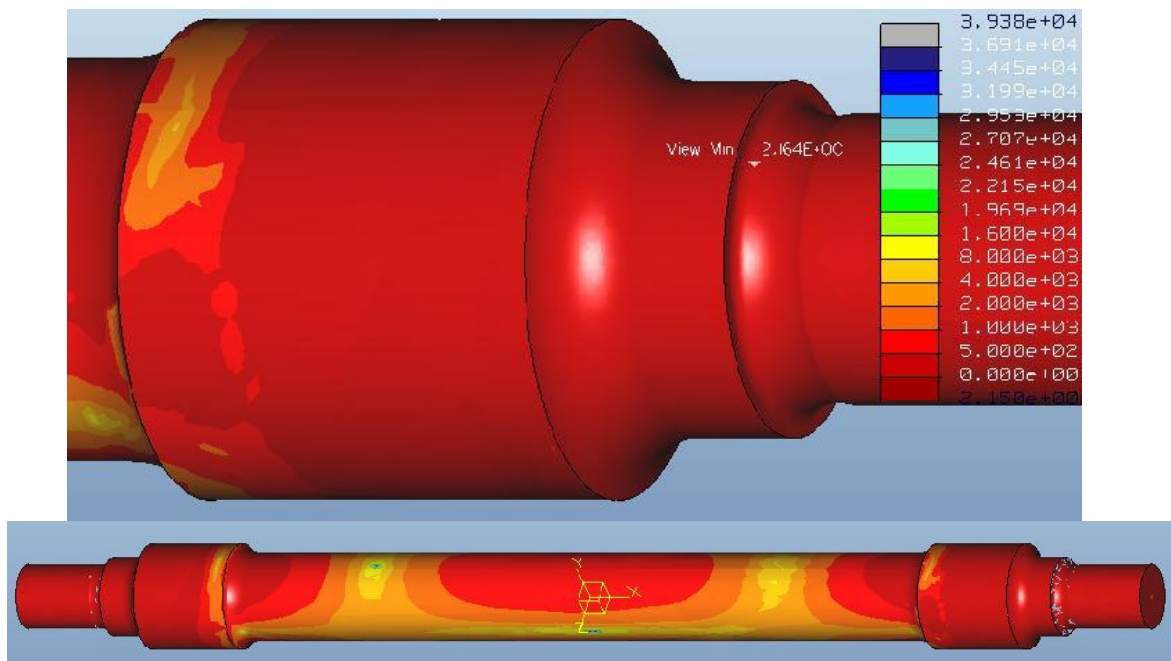


Figura 52: Factor de seguridad en la seccion 3.



El factor de seguridad en la sección 3 es muy superior al de la sección 1, que en este caso nos da $n=2,16$ lo cual nos sigue indicando que sea cual sea la sección que estudiemos la sección 1, será nuestra sección más crítica, lo cual se ira observando en el apartado 4.2.2 en el que se analizaran los resultados obtenidos en todos los casos estudiados.

4.2.2 Resultados del estudio.

Tras realizar una serie de ensayos, vamos a observar los datos en conjunto para sacar las diferentes conclusiones de ellos.

En primer lugar en la tabla siguiente analizamos los datos obtenidos en los análisis estáticos.

Análisis estáticos			
nº tetraedros	estrés(MPa)	desplazamiento(μ m)	tiempo(min)
569	75,7	123	15
1030	75,9	123	9
6950	76,9	123	98
12222	77,8	123	12
31432	79,66	123	39
47393	75,57	123	74
69177	75,09	123	83

Tabla 1: Resultados analisis estaticos para cambio de mallado.

Como observación de los casos realizados podemos ver como el estrés al que está sometido el eje es muy inferior al límite elástico del material de 600 MPa, por lo que podemos decir que soporta perfectamente las fuerzas a las que son sometidos dichos ejes.

Como este proyecto trata sobre la estimación del mallado idóneo, para los análisis podemos comprobar como varía.

En los datos de estrés al aumentar el número de nodos, este estudio no nos indica que al aumentar el número de nodos obtengamos datos mas precisos al diferir unos de otros sin un orden lógico de aproximación a un dato concreto, por otra parte el desplazamiento obtenido es constante en todos los estudios.

En cuanto al tiempo de análisis operacional que realiza la computadora sufre un aumento muy significativo al aumentar la cantidad de nodos a calcular, con excepción del caso de 6950 nodos que tiene un tiempo de ejecución excepcionalmente alto, esto puede deberse a que durante el proceso el computador sufriera algún tipo de fallo durante la realización de los cálculos que provocase un retraso en la realización de estos o a un error humano en el momento de la definición del estudio a realizar.

Con estas observaciones se podría decir que para la realización de ensayos estáticos no es concluyente que aumentar el mallado de mejores resultados y se debe escoger una cantidad media que permita la realización de los ensayos sin un coste operacional excesivamente grande.

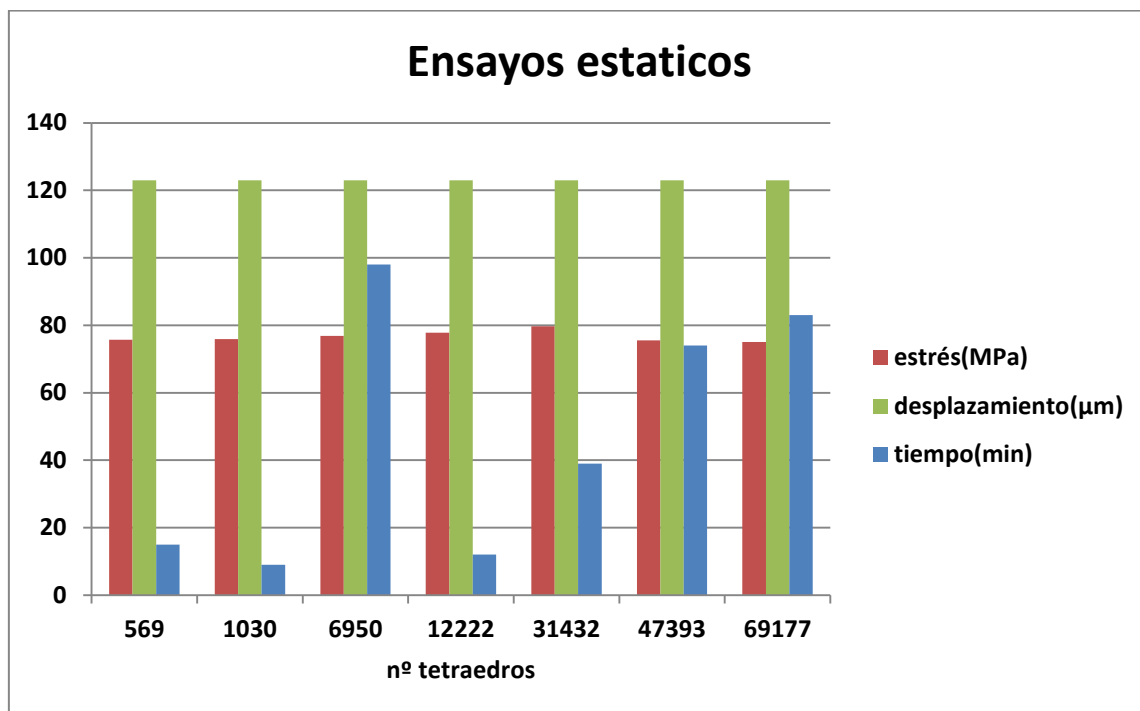


Figura 53: Grafico de resultados de los ensayos estaticos con cambio de mallado.

Observando el gráfico vemos como los datos obtenidos en todos los casos son bastante homogéneos y que el tiempo sufre grandes aumentos según se amplía el mallado.

A continuación se observara el estudio realizado con análisis de fatiga a nuestro eje con los diferentes mallados.

Los ensayos se han realizado en las 3 secciones más críticas del eje, explicadas con anterioridad.

nº tetraedros	Análisis fatiga 1		
	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
569	10 ^{8,40}	2,05	35
1030	10 ^{8,36}	1,99	50
6950	10 ^{8,34}	1,99	170
12222	10 ^{8,40}	2,28	309
31432	10 ^{8,40}	2,03	585
47393	10 ^{8,39}	2,03	829
69177	10 ^{8,38}	2	1800

Tabla 2: Resultados analisis de fatiga para seccion 1 con cambio de mallado.

Análisis fatiga 2			
nº tetraedros	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
569	$10^{9,15}$	2,27	37
1030	$10^{9,11}$	2,23	55
6950	$10^{9,09}$	2,22	210
12222	$10^{9,13}$	2,23	316
31432	$10^{9,18}$	2,26	636
47393	$10^{9,15}$	2,26	839
69177	$10^{9,14}$	2,25	1434

Tabla 3: Resultados analisis de fatiga para seccion 2 con cambio de mallado.

Análisis fatiga 3			
nº tetraedros	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
569	$10^{8,91}$	2,17	40
1030	$10^{8,88}$	2,15	56
6950	$10^{8,83}$	2,15	185
12222	$10^{8,88}$	2,16	312
31432	$10^{8,90}$	2,18	621
47393	$10^{8,39}$	2,03	770
69177	$10^{8,88}$	2,18	1935

Tabla 4: Resultados analisis de fatiga para seccion 3 con cambio de mallado.

Según la norma EN 13261, las probetas ensayadas a fatiga deben soportar 10^7 ciclos sin que aparezcan fisuras en su superficie. Por esto, se va a tomar como vida orientativa 10^7 ciclos en este análisis.

De forma general en las 3 secciones se observa que en todos los casos se supera el límite de vida impuesto en la fatiga del material y se obtiene un factor de seguridad amplio, por lo que se podría decir que el eje soportaría sin problemas las cargas aplicadas.

En el siguiente grafico se ve de forma conjunta la vida a fatiga de las 3 secciones.

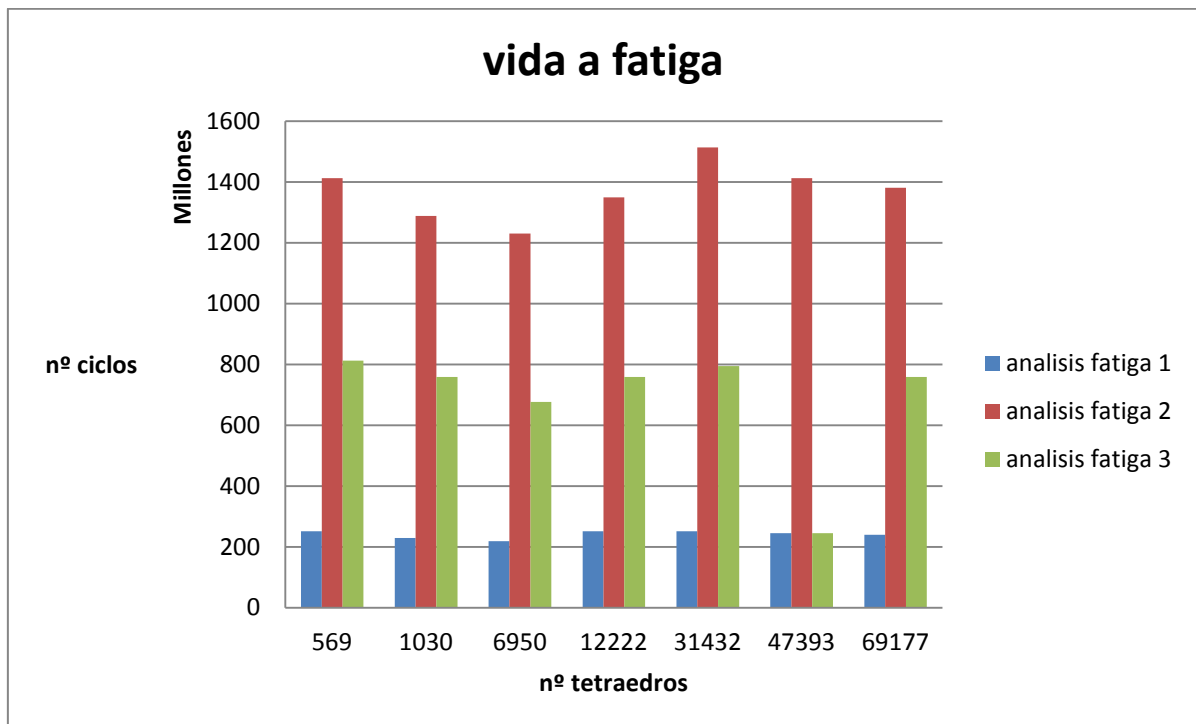


Figura 54: Grafico de comparacion de vida a fatiga en las 3 secciones con cambio de mallado.

En las secciones 1 y 2 los datos obtenidos no sufren unas excesivas variaciones por lo que se podría sacar un valor aproximado y bastante fiable de la vida a fatiga, por el contrario en la sección 3 se produce 1 dato anómalo que difiere del resto de forma significativa.

Al verse superado en todos los casos la vida a fatiga no se considerara significativo el dato anómalo en el caso de la sección 3, al poderse deber a un error humano ya que se parecen demasiado a los datos del mismo número de nodos de la sección 1 que al ser los mas bajos será considerada como la seccion crítica del eje y por tanto la zona donde probablemente se produzca la rotura en caso de fallo.

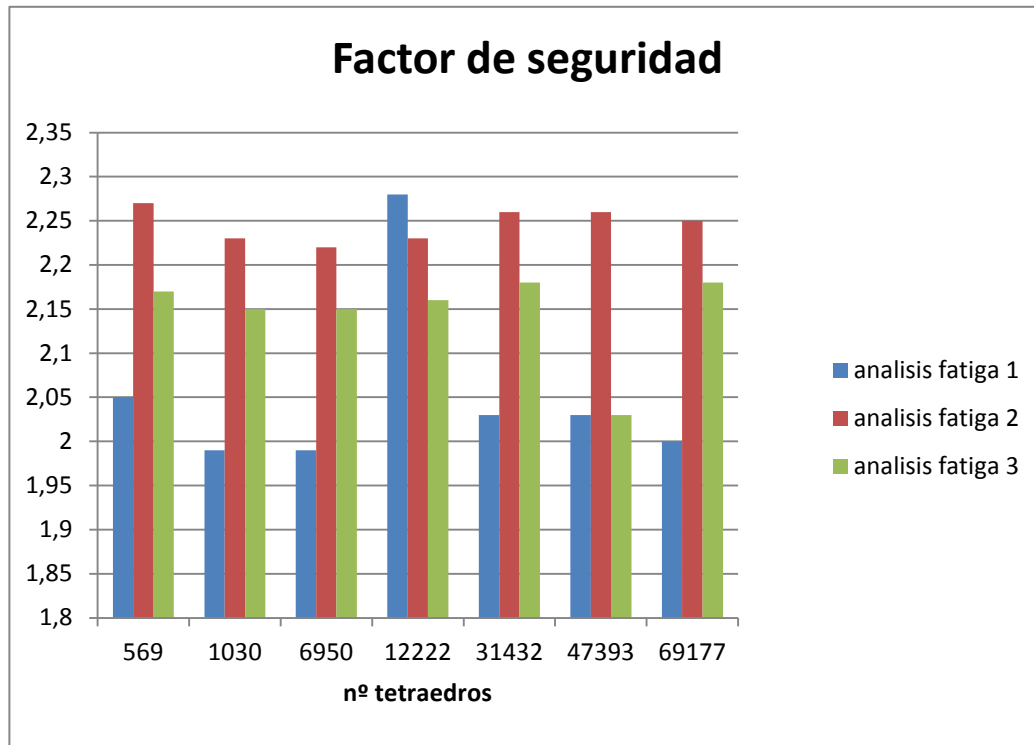


Figura 55: Grafico de comparacion del factor de seguridad en las 3 secciones con cambio de mallado.

Respecto al factor de seguridad cabe destacar que nuestra sección mas critica es la 1 al ser la que obtiene resultados menores en casi todos los ensayos, salvo la excepción del caso de los 12.222 tetraedros que es excesivamente alto, incluso más que en secciones menos criticas por lo que este valor tampoco se considerara de excesiva importancia, junto con el caso de la sección 3 que como indicamos anteriormente se parece demasiado al caso uno y se considera un error en el momento de seleccionar la sección antes de realizar los cálculos.

En el siguiente grafico se estudiara el tiempo de duración de los ensayos en las diferentes secciones a estudiar.

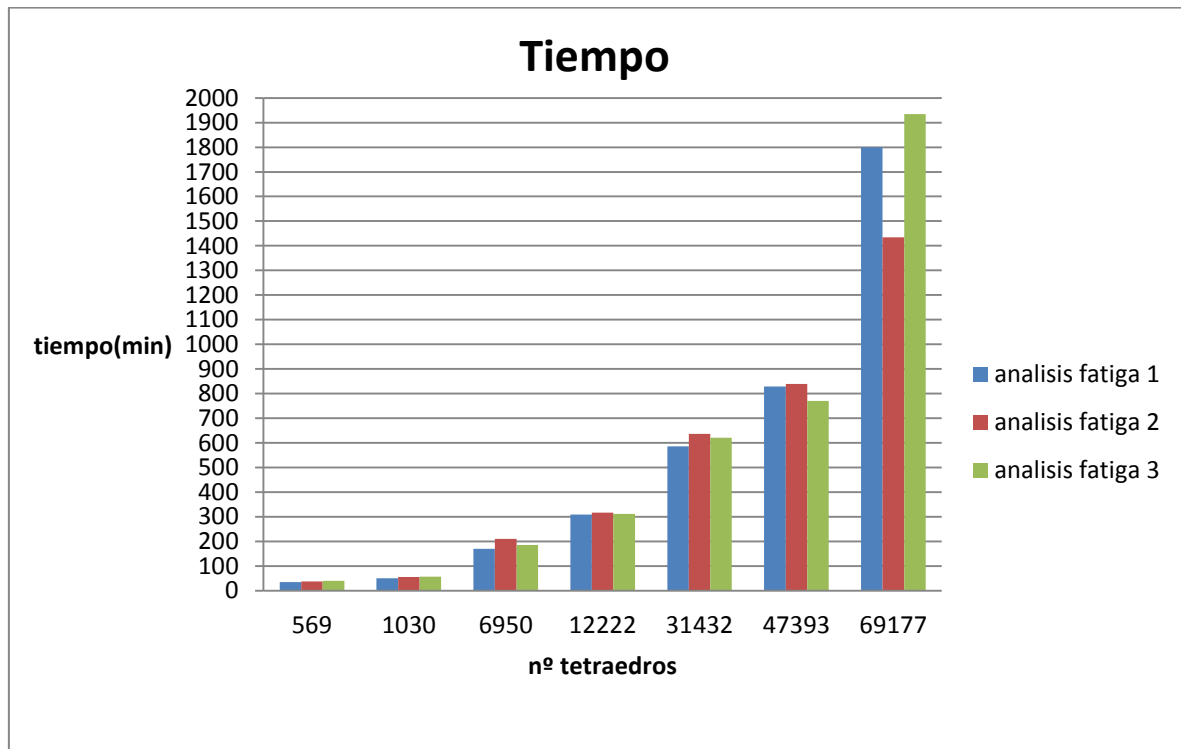


Figura 56: Grafico de comparacion del tiempo en las 3 secciones con cambio de mallado.

El tiempo en las 3 secciones va aumentando significativamente con el numero de nodos, se podría incluso observar que sufre un aumento similar a una función exponencial, lo que nos lleva a la conclusión de que aumentar más el numero de nodos de los ya calculados supondría un coste operacional excesivamente alto.

Esta observación junto con los datos de las graficas anteriores podemos decir que un aumento excesivo de los nodos a calcular no significa que obtengamos datos más precisos al producirse oscilaciones de los datos en cada ensayo y un aumento excesivo supondría un coste operacional que no nos podríamos permitir.

4.3 Análisis con otras opciones de cálculo

Debido a que los ensayos realizados variando el numero de nodos no dan datos del todo concluyentes vamos a realizar una serie de pruebas variando otras opciones que da el programa.

Estas pruebas van a consistir en cambiar, en el análisis estático, el método de realización, el programa ofrece dos alternativas:

- Single-Pass Adaptive: Realiza análisis de una forma mas robusta y eficiente para obtener resultados fiables en un tiempo menor.
- Multi-Pass Adaptive: Realiza un análisis más exhaustivo para converger en los resultados en los que se esté especialmente interesado con diseños predefinidos o definidos por el usuario a medida.

Con cada una de estas opciones se realizaran diferentes pruebas modificando el Plotting Grid (Trazado de trama) que especifica el trazado de red sobre la que el programa genera los informes de resultados. El valor se especifica determinando el numero de intervalos en los que se posiciona cada elemento de cada borde, calculando la cantidad de intersecciones en las líneas de la cuadrícula.

Estos valores van desde 2 a 10 siendo 4 el valor predeterminado por el Pro/Engineer, por lo que comenzaremos en este valor y aumentando de 2 en 2 en cada prueba hasta 10 que es el máximo permitido y que debería ofrecer una mayor precisión en los resultados obtenidos ya que la red trazada es mas fina que las anteriores.

Todos los ensayos tanto en Single-Pass como en Multi-Pass se realizaran con el mismo número de nodos en la malla, se ha escogido un numero intermedio de nodos basándonos en el máximo alcanzado en el estudio realizado anteriormente, en este caso hemos realizado los ensayos con 31401 nodos, hemos escogido este número ya que puede dar datos fiables sin un coste operacional excesivo.

4.3.1 Proceso de análisis con otras opciones de cálculo.

En estos casos se va a centrar los estudios en variar otras opciones de cálculo que ofrece el programa Pro/Engineer que se dan en los análisis estáticos, debido a que el resto de pasos son iguales que en los estudios anteriores, en este punto vamos a centrarnos en la explicación de dichos cambios.

Tras la realización de los casos anteriores y la observación de que el mallado no cambia mucho la obtención de datos, mas o menos fiables, se ha escogido un mallado de 31401 nodos que se aproxima a la mitad del número de nodos máximo calculado anteriormente para reducir el tiempo de cálculo de los casos y suponiendo que la obtención de resultados precisos es aceptable.

Pasando al análisis estático en estos casos nos centramos en su método de obtención, para comprobar su influencia en el cálculo de los análisis de fatiga, ya que es utilizado por estos para su realización y posiblemente en su precisión de cálculo.

4.3.1.1 Single-Pass Adaptive.

Comenzando por los casos realizados con Single-Pass Adaptive que, como hemos explicado anteriormente, realiza análisis mas robustos y en menor tiempo, para ello entramos en el menú *Análisis > Análisis/Estudios de Mecánica*. En la ventana *Analyses and Design Studies* se define el nuevo análisis pinchando en *File > New Static* y después de crearlo en *Edit > Analyses/Study* donde encontraremos la ventana de la siguiente figura:



Figura 57: Ventana de propiedades de estudio estatico Single-Pass Adaptive.

Donde nada mas aparecer, en Method escogemos la opción Single-Pass Adaptive sin tener que elegir ninguna opción más.

Despues en la pestaña Output se muestra la opción del Plotting Grid (Trazado de trama) que especifica el trazado de red sobre la que el programa genera los informes de resultados, la cual puede ir desde 4 hasta 10 y que será nuestra referencia a la hora de realizar los cálculos, al ir aumentando ésta de 2 en 2 en cada analisis, obteniendo así los resultados de cada uno de ellos, esta opción se puede observar el la figura 58 en el recuadro rojo:

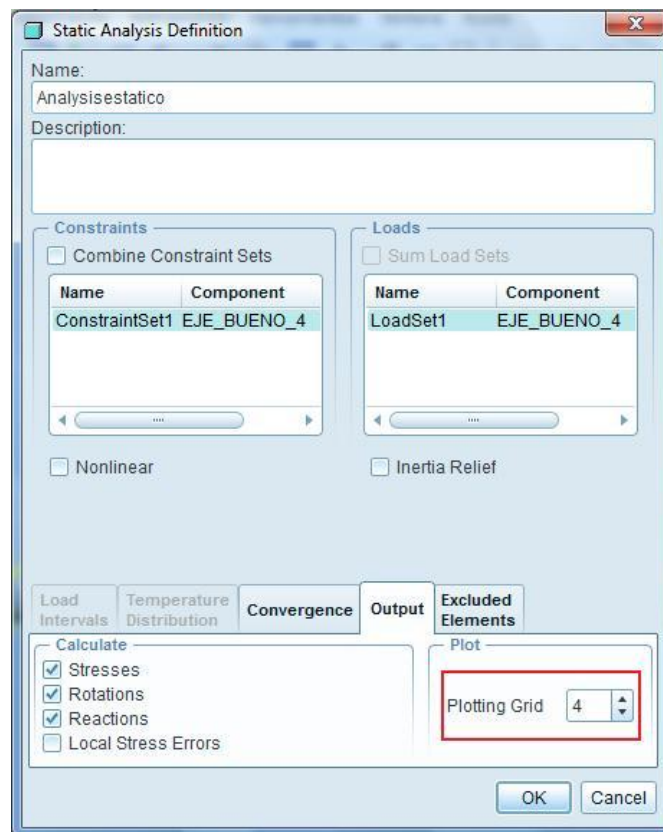


Figura 58: Ventana opciones output del estudio estatico.

Tras estos cambios procederiamos a la realización de los ensayos comenzando con el estudio estatico ya que es necesario para realizar los analisis de fatiga como hemos visto anteriormente.

Procederemos a mostrar uno de los casos de estos estudios, escogiendo un caso concreto que sera el de Plotting Grid 6 como muestra, pudiendo observar el resto de estudios en el ANEXO C.

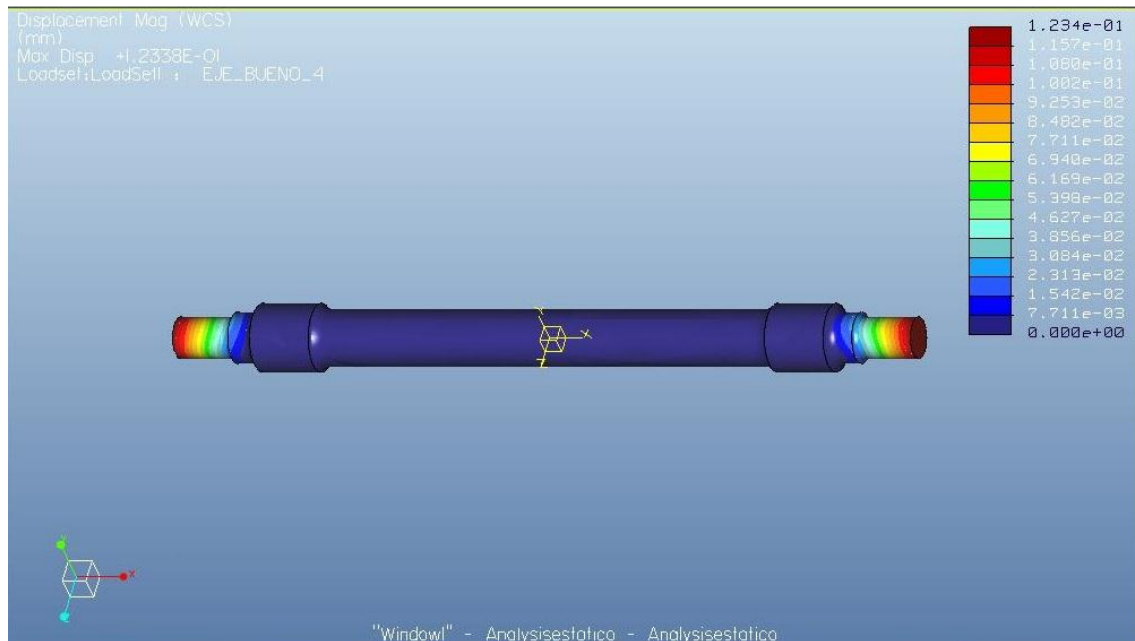


Figura 59: Ejemplo de análisis de desplazamiento del eje en análisis estático en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

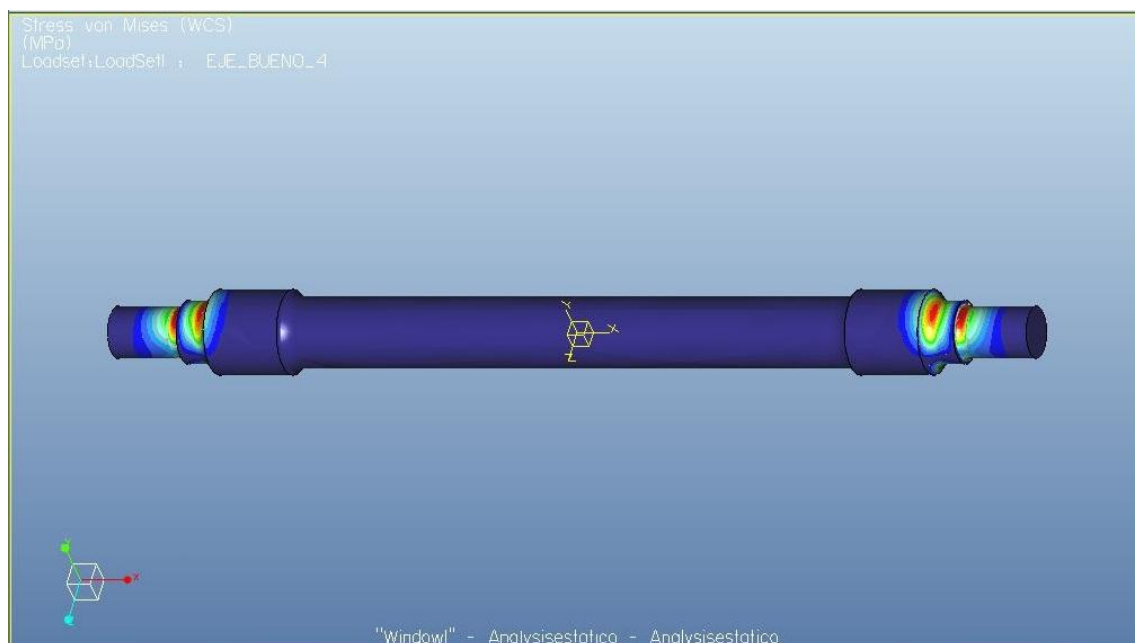


Figura 60: Ejemplo de análisis de estrés del eje en análisis estático en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

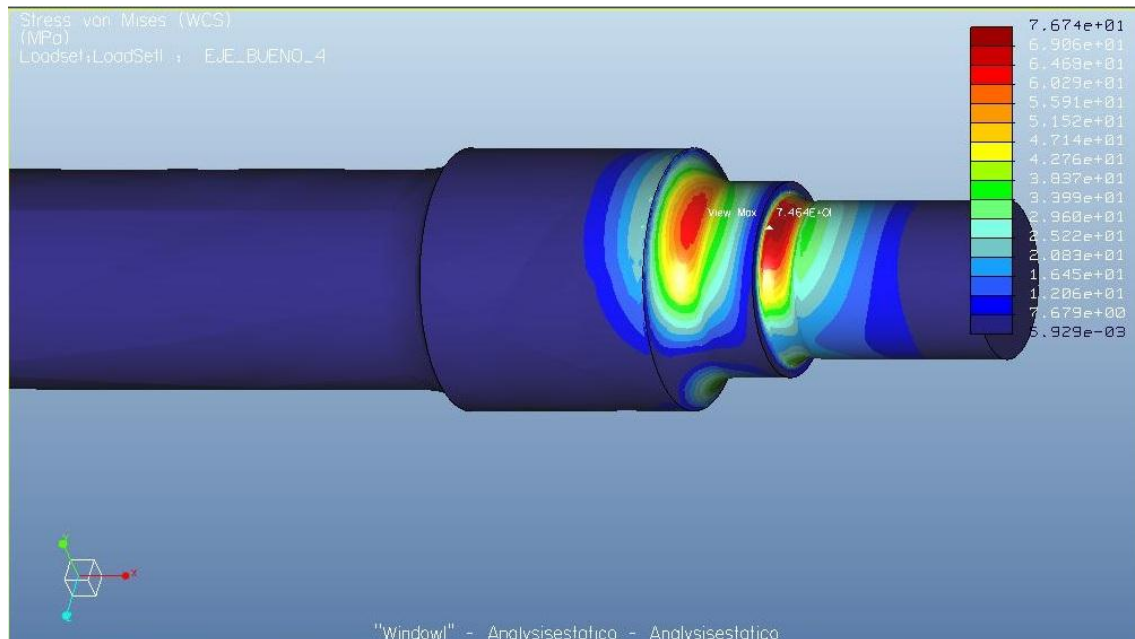


Figura 61: Ejemplo de análisis de estrés detallado del eje en análisis estático en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Como se puede observar en la imagen, el estrés al que está sometido el eje es de 76,7 MPa, por lo que es muy inferior al límite elástico del material de 600 MPa como era de esperar, al no variar las condiciones respecto a los ensayos anteriores y por tanto podemos asegurar que el eje no romperá al estar sometido de forma estática a las fuerzas a las que se le somete.

Una vez realizado el análisis de esfuerzos, se pasa a simular el análisis a fatiga. En este caso las características y los parámetros que se han elegido son prácticamente los mismos que en los estudios anteriores:

- Vida deseada: Según la norma EN 13261, las probetas ensayadas a fatiga deben soportar 10^7 ciclos sin que aparezcan fisuras en su superficie. Por esto, se va a tomar como vida orientativa 10^7 ciclos en este análisis.
- Tipo de carga: Se va a simular una carga alternante pura con los valores detallados en el análisis estático. Para ello sólo es necesario indicar en el tipo de carga *Peak-Peak*, y por defecto los factores de carga mínima y carga máxima son -1 y +1 respectivamente.

- Plotting Grid: En este caso el Plotting Grid variara como en el caso estático por lo que en este caso se escogerá el de 6 y en los diferentes casos el correspondiente con el del estudio estático.
- Análisis previo: Como se comentó en análisis anteriores, es útil marcar la casilla *Use static analysis results from previous design study*, para reducir el tiempo de simulación.

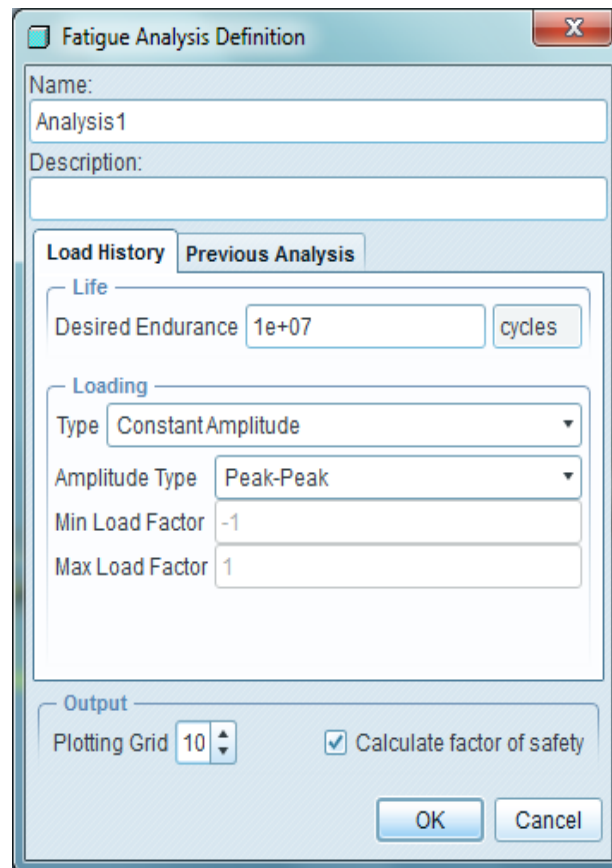


Figura 62: Definición de las propiedades del análisis a fatiga.

En cuanto a otros parámetros necesarios en el análisis, se vuelven a estudiar las tres secciones críticas mencionadas con anterioridad, cada una con su factor de reducción de la resistencia a la fatiga.

-Seccion 1:

En esta seccion se recuerda que el factor a fatiga es $K_{rf1} = 1,672$

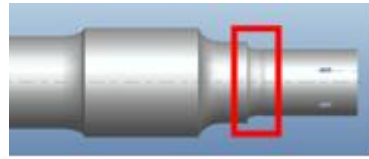


Figura 63: Sección 1.

Una vez realizado el análisis de fatiga se obtienen los siguientes resultados observados en las siguientes figuras con un mallado de 31401 nodos y Plotting Grid 6:

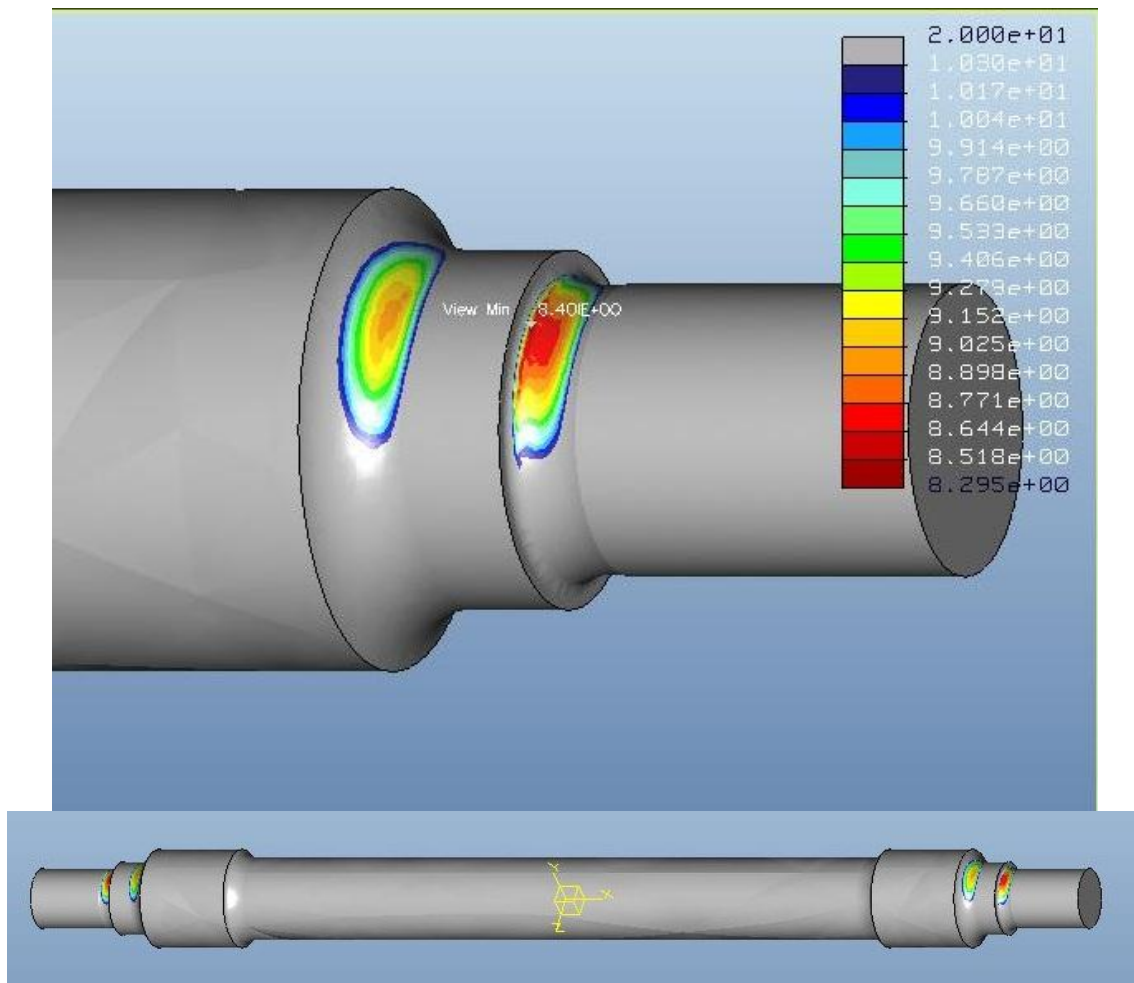


Figura 64: Vida a fatiga para la Sección 1 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

El número de ciclos para esta sección es de $N_{f1} = 10^{8,40}$ ciclos, en este caso el numero es superior al máximo número de ciclos que aguanta el eje.

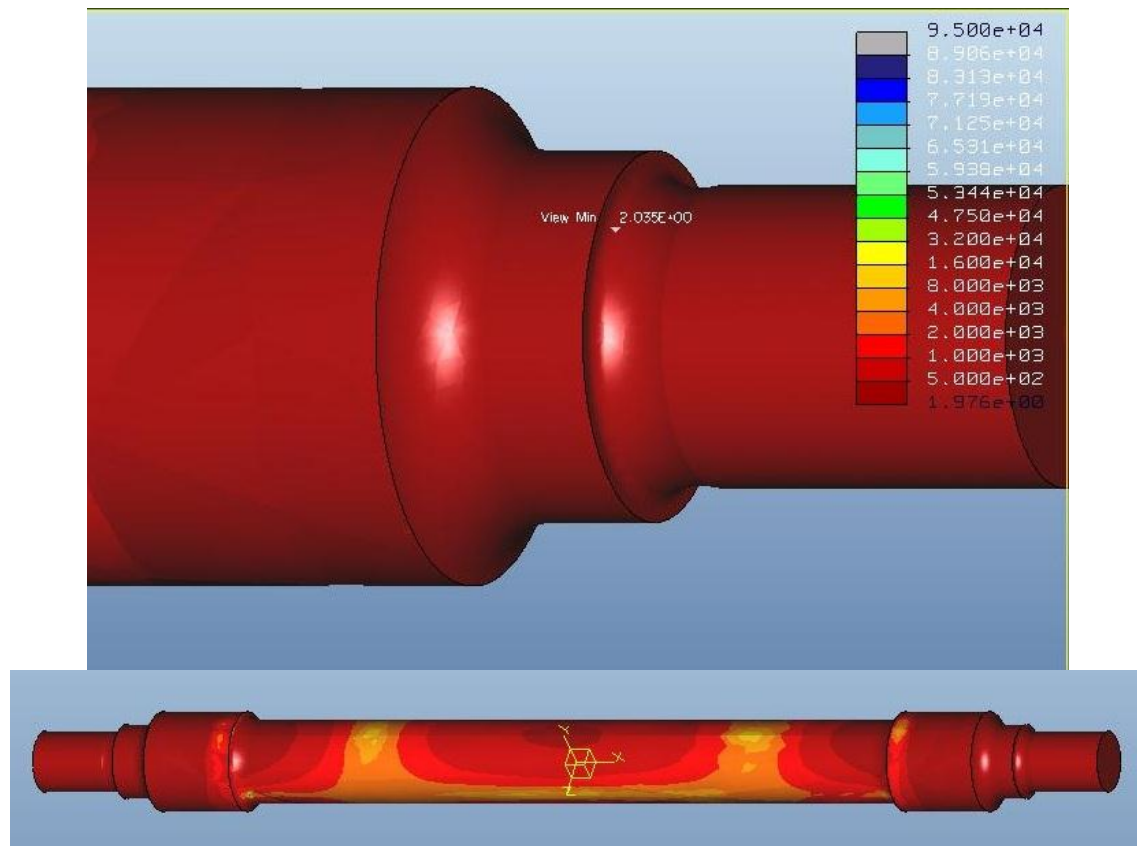


Figura 65: Factor de seguridad de la sección 1 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Para esta sección el factor de seguridad es de $n=2,03$ por lo que se puede considerar seguro durante el funcionamiento del eje en su vida útil.

-Sección 2:

Se procede de la misma manera para la Sección 1, recuadrada en la figura 48. En este caso el factor de reducción de la resistencia a la fatiga es $K_{r2} = 1,41$

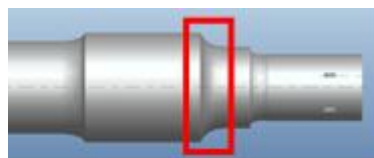


Figura 66: Sección 2.

El análisis a fatiga demuestra que en este caso, la vida correspondiente a esa sección es de $N_{f2} = 10^{9,16}$ ciclos, como se puede observar en la figura 67.

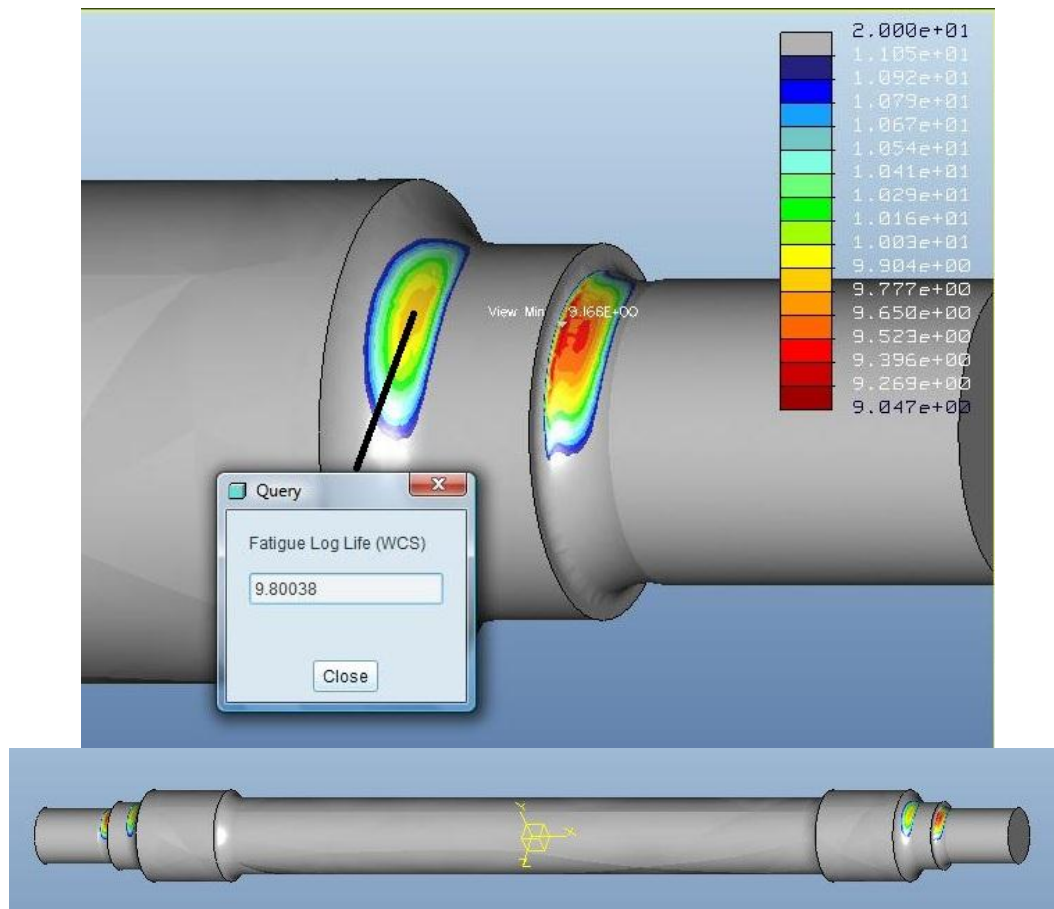


Figura 67: Vida a fatiga en la seccion 2 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Como se puede observar y como ocurría en nuestros casos de los estudios anteriores de cambio de mallado la seccion critica sigue siendo la seccion 1 en la que se obtienen menores resultados de vida a fatiga quedando en la seccion 2 una vida superior con un valor de $10^{9,80}$.

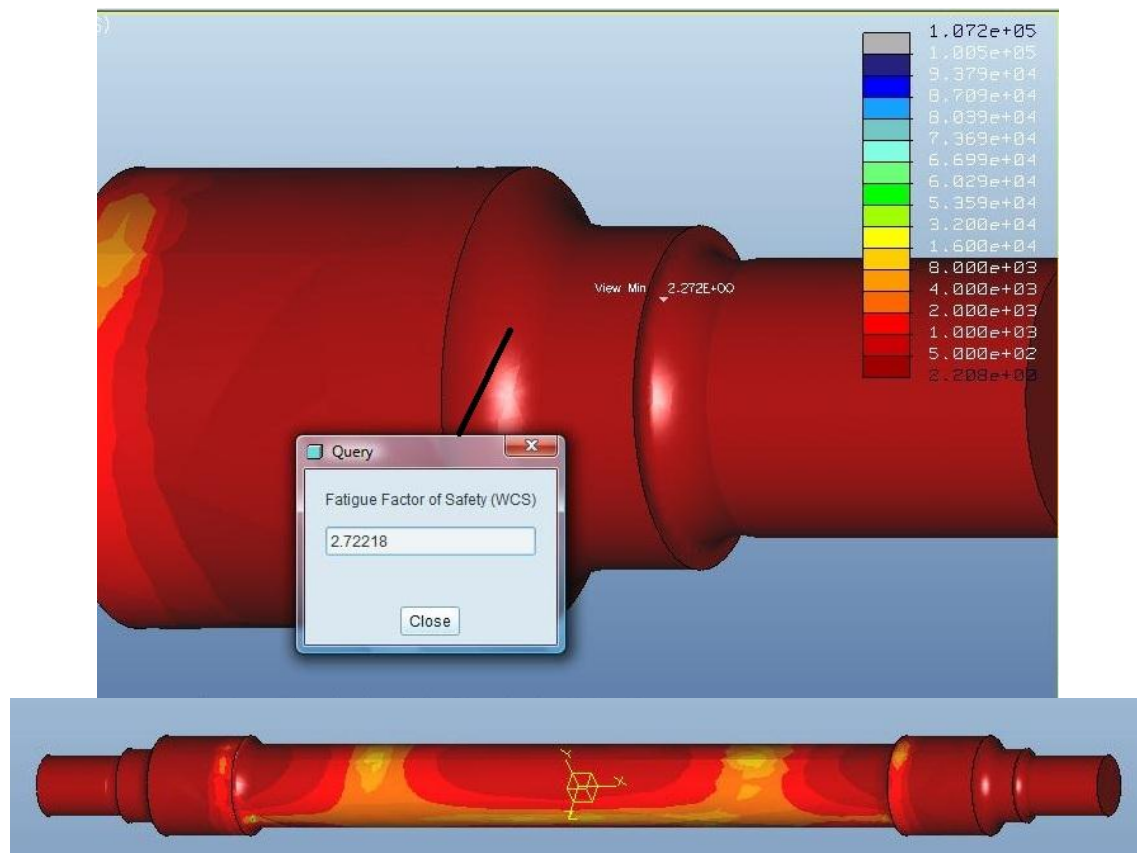


Figura 68: Factor de seguridad en la seccion 2 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

En el caso del factor de seguridad ocurre lo mismo con la sección 1 siendo su valor de $n=2,27$ y por tanto, menor que el valor obtenido en la seccion 2 de $n=2,72$ y siendo ambos superiores al factor minimo de seguridad y por tanto seguras para la utilizacion de nuestro eje.

-Seccion 3:

Por último se realiza el análisis con el factor de reducción de la resistencia a la fatiga correspondiente a la sección 3, con valor de reducción de la resistencia a la fatiga de $K_{rf3} = 1,492$.

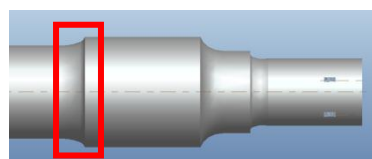


Figura 69: Seccion 3.

La vida a fatiga para esta sección es de $N_{f3} = 10^{20}$ ciclos, como se puede ver en la figura 70 que es el máximo que ofrece el programa y por tanto esta sección no sufrirá una fatiga suficiente como para ser mostrada en las imágenes.

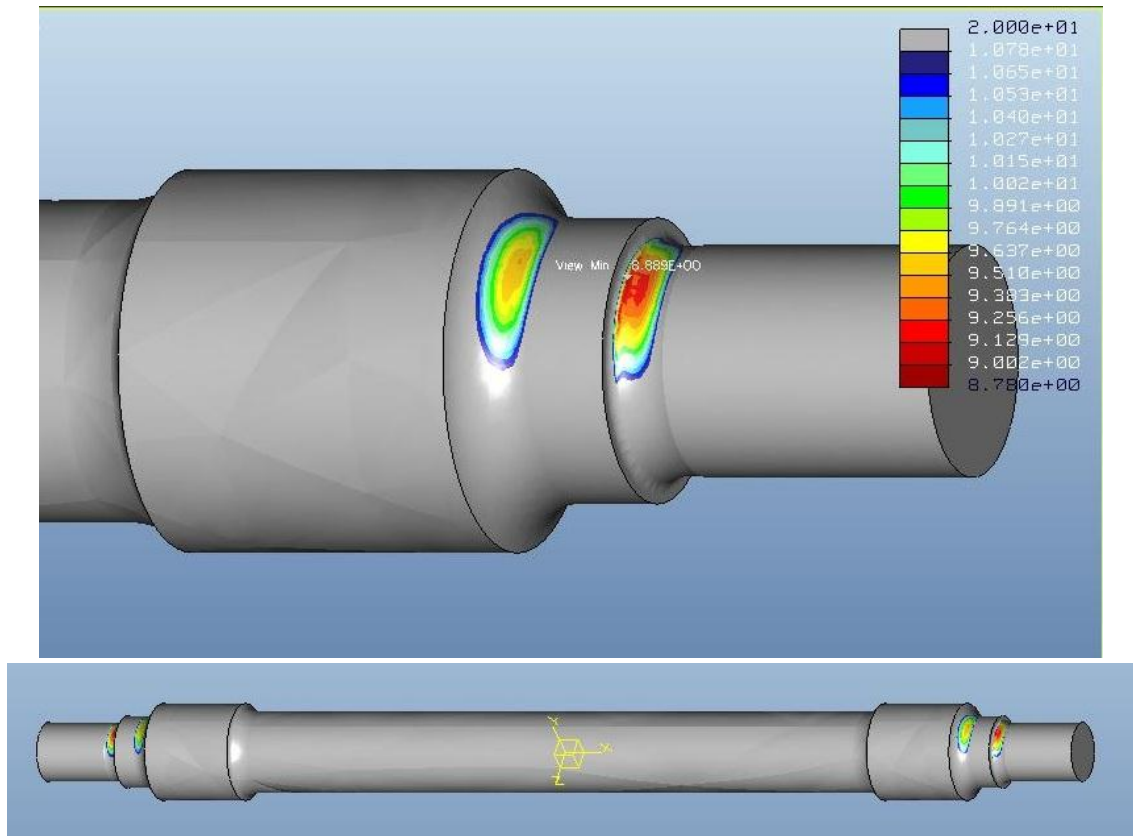


Figura 70: Vida a fatiga en la seccion 3 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Siendo la mínima en la seccion 1 con $10^{8,88}$ ciclos y la que tomaremos para los estudios ya que la vida a fatiga minima es la que nos interesa para saber si nuestro eje es seguro.

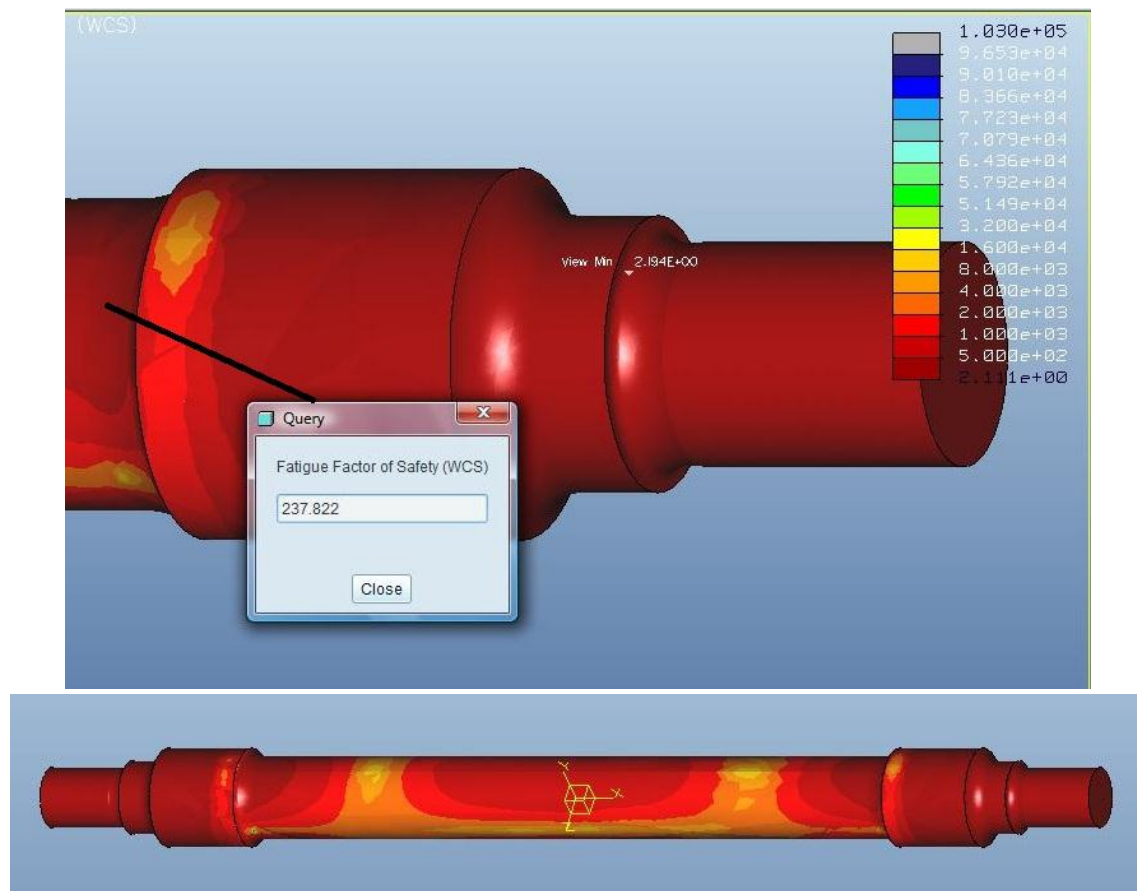


Figura 71: Factor de seguridad en la sección 3 en Single-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

El factor de seguridad en la sección 3 es muy superior al de la sección 1, que en este caso nos da $n=2,19$ lo cual nos sigue indicando que, sea cual sea la sección que estudiemos, la sección 1 será nuestra sección más crítica, lo cual se irá observando en el apartado 4.3.2 en el que se analizarán los resultados obtenidos en todos los casos estudiados.

4.3.1.2 Multi-Pass Adaptive.

En los casos de Multi-Pass Adaptive, en el análisis estático se escogió en la casilla de Method esta opción apareciendo otras opciones más abajo como se ven en la siguiente figura:

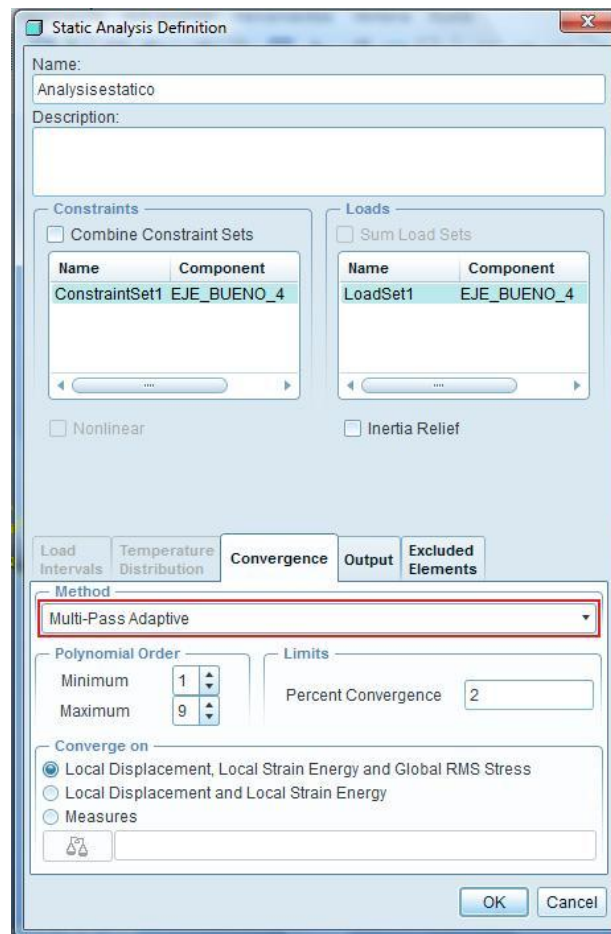


Figura 72: Ventana de propiedades de estudio estatico Multi-Pass Adaptive.

En esta opción aparecen diferentes posibilidades a elegir como el orden de polinomios que van de 1 a 9 y el porcentaje de convergencia los cuales dejaremos como se ven en la figura que es su forma estándar al considerar que ya son suficientemente precisos para nuestros cálculos.

Posteriormente se irá escogiendo como en el caso anterior un Plotting Grid variándolo también de 2 en 2 desde 4 hasta 10 para nuestro estudio. Procederemos a mostrar uno de los casos de estos estudios escogiendo un caso concreto que será el de Plotting Grid 6 como muestra igual que en el caso anterior pudiendo observar el resto de estudios en el ANEXO C.

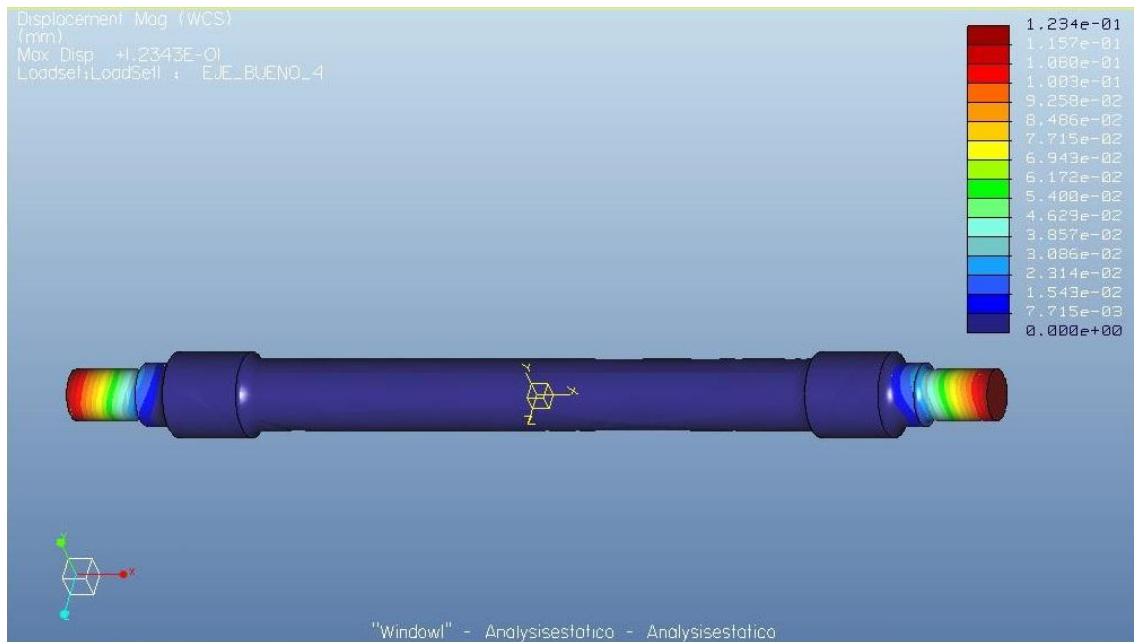


Figura 73: Ejemplo de análisis de desplazamiento del eje en análisis estático en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

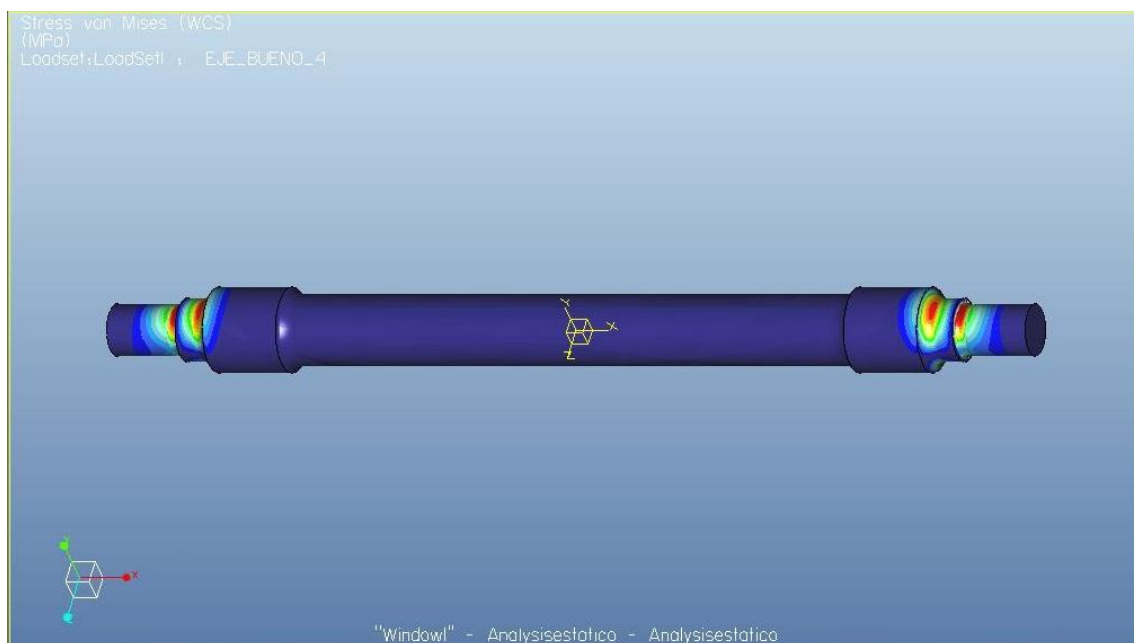


Figura 74: Ejemplo de análisis de estrés del eje en análisis estático en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

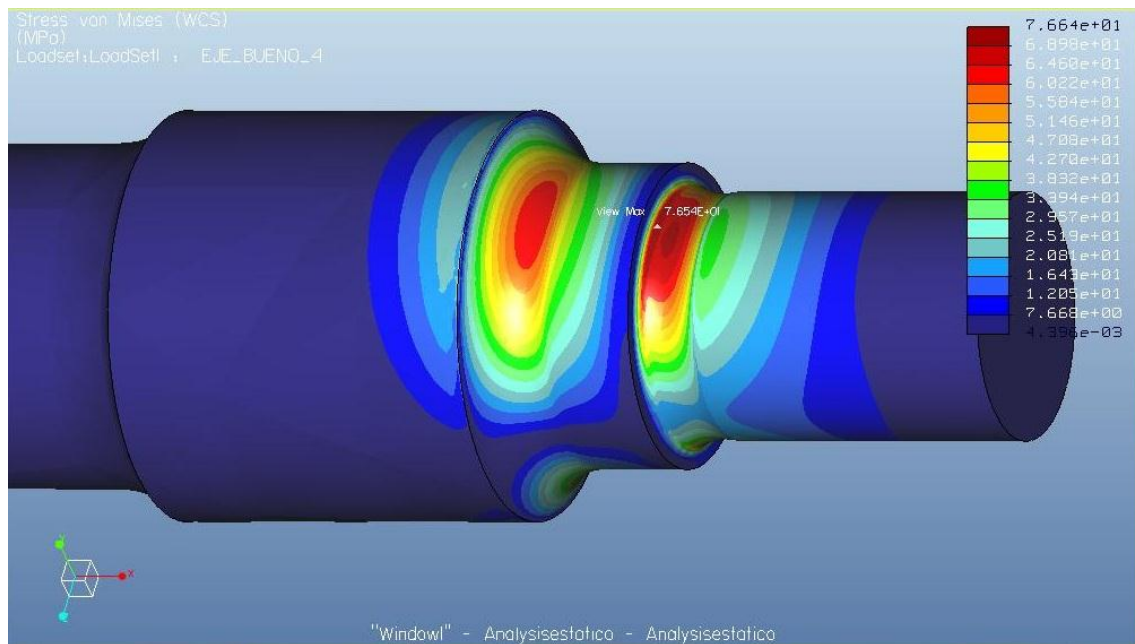


Figura 75: Ejemplo de análisis de estrés detallado del eje en análisis estático en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Como se puede observar en la imagen el estrés al que está sometido el eje es de 76,6 MPa por lo que es muy inferior al límite elástico del material de 600 MPa como era de esperar al no variar las condiciones respecto a los ensayos anteriores y por tanto podemos asegurar que el eje no romperá al estar sometido de forma estática a las fuerzas a las que se le somete.

Una vez realizado el análisis de esfuerzos, se pasa a simular el análisis a fatiga. En este caso las características y los parámetros que se han elegido siguen siendo las mismas que en el caso anterior de Single-Pass Adaptive:

- Vida deseada: Según la norma EN 13261, las probetas ensayadas a fatiga deben soportar 10^7 ciclos sin que aparezcan fisuras en su superficie. Por esto, se va a tomar como vida orientativa 10^7 ciclos en este análisis.
- Tipo de carga: Se va a simular una carga alternante pura con los valores detallados en el análisis estático. Para ello sólo es necesario indicar en el tipo de carga *Peak-Peak*, y por defecto los factores de carga mínima y carga máxima son -1 y +1 respectivamente.
- Plotting Grid: En este caso el Plotting Grid variara como en el caso estático por lo que en este caso se escogerá el de 6 y en los diferentes casos el correspondiente con el del estudio estático.

- Análisis previo: Como se comentó en análisis anteriores, es útil marcar la casilla *Use static analysis results from previous design study*, para reducir el tiempo de simulación.

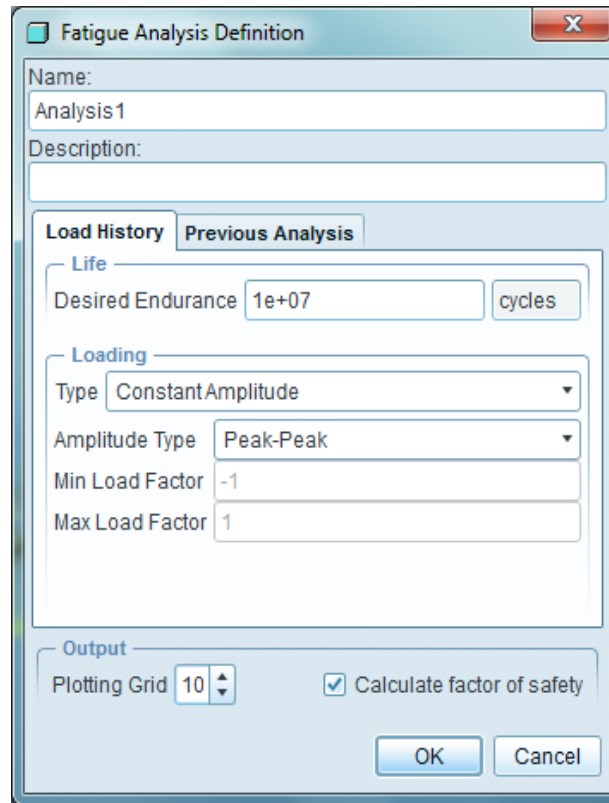


Figura 76: Definición de las propiedades del análisis a fatiga.

En cuanto a otros parámetros necesarios para el análisis, se vuelven a estudiar las tres secciones críticas, cada una con su factor de reducción de la resistencia a la fatiga.

-Seccion 1:

En esta seccion se recuerda que el factor a fatiga es $K_{rf1} = 1,672$

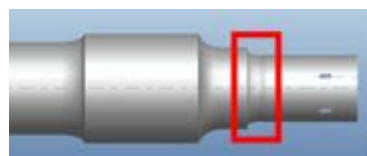


Figura 77: Sección 1.

A continuación se mostraran las figuras resultantes de los análisis de fatiga de la sección obteniendo los datos de vida a fatiga y su factor de seguridad en el caso de Multi-Pass Adaptive.

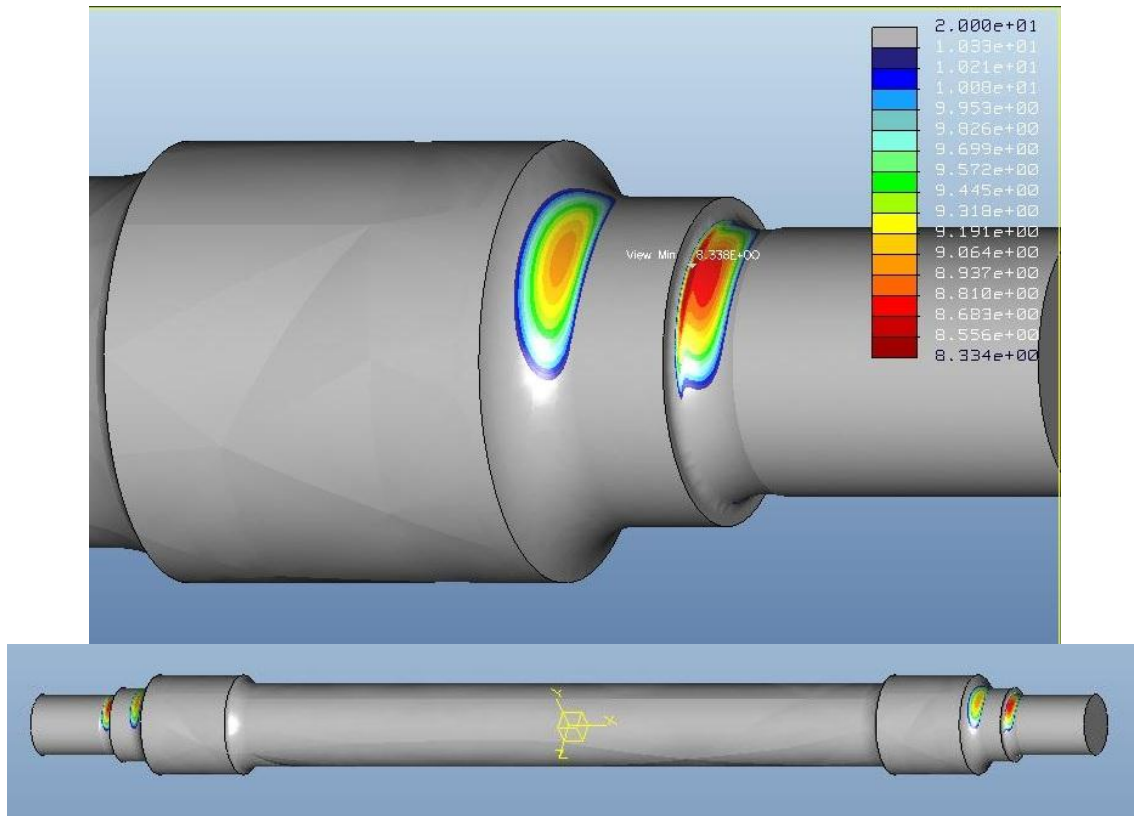


Figura 78: Vida a fatiga para la Sección 1 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

En este caso la vida a fatiga para esta seccion es $N_{fl} = 10^{8.33}$ ciclos, como en los ensayos anteriores continua siendo superior al mínimo establecido por la norma EN 13261 de 10^7 ciclos y por tanto aguanta nuestras solicitaciones.

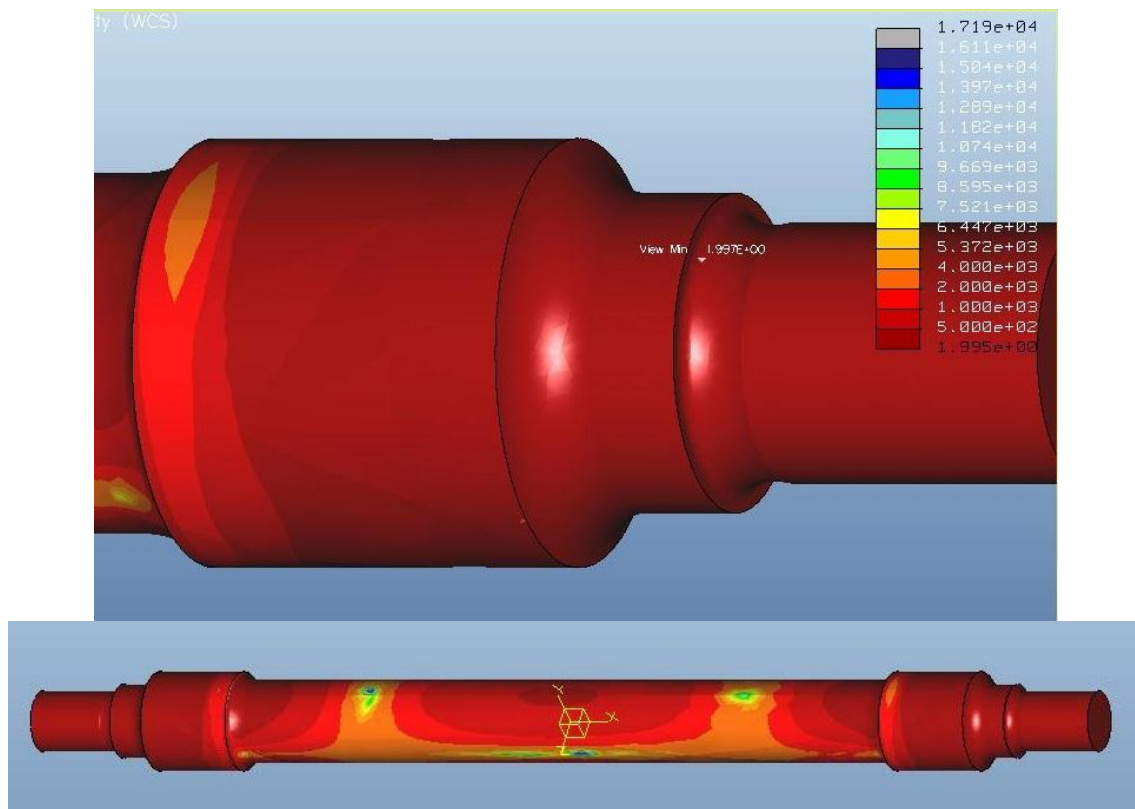


Figura 79: Factor de seguridad de la seccion 1 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Para esta seccion el factor de seguridad es de $n=1,99$ por lo que se puede considerar seguro durante el funcionamiento del eje en su vida util, aunque en este caso es algo inferior a 2, que es el minimo considerado realmente seguro en nuestros estudios para poder asegurar el buen funcionamiento del eje.

-Seccion 2:

En la seccion 2 recuadrada en la figura 80 el factor de reduccion de la resistencia a fatiga es $K_{rf2} = 1,41$.



Figura 80: Seccion 2.

El análisis a fatiga demuestra que en este caso, la vida correspondiente a esa sección es de $N_2 = 10^{9,81}$ ciclos, como demuestra la figura 81.

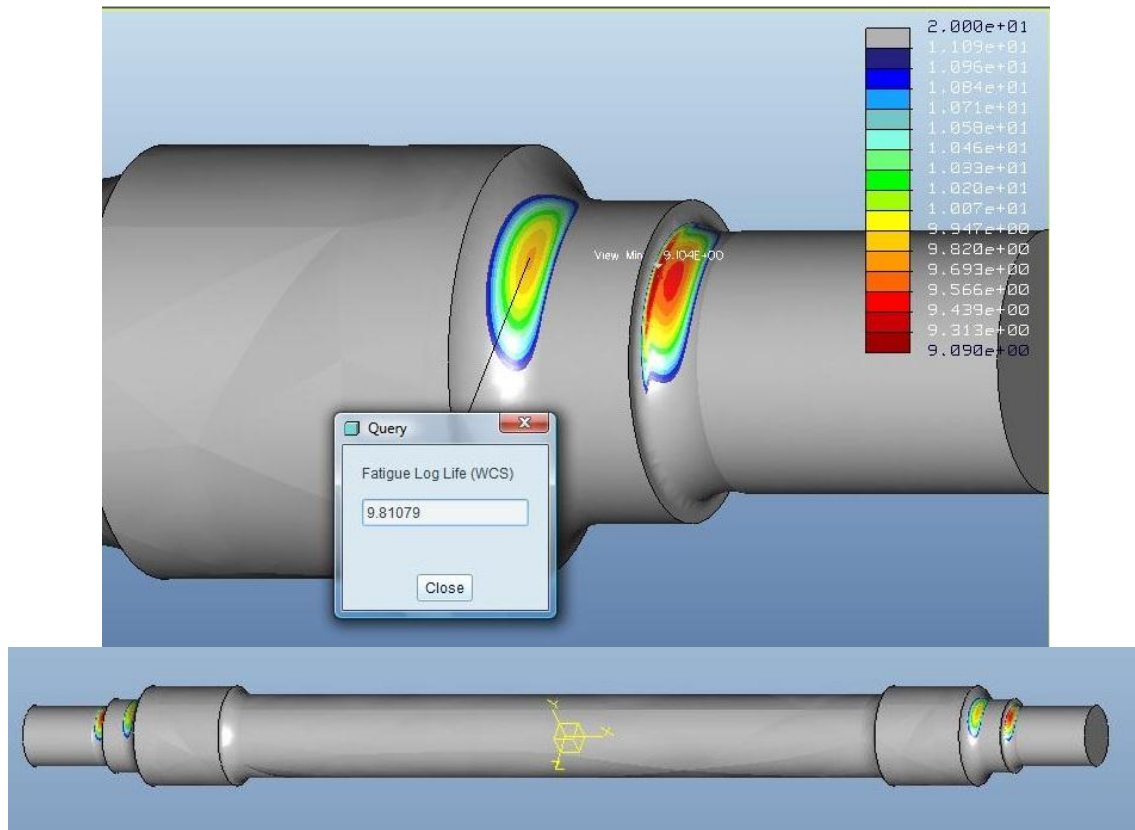


Figura 81: Vida a fatiga en la seccion 2 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Como se ha observado en los ensayos anteriores la vida a fatiga de la seccion 2 continua siendo superior a la que se obtiene en la seccion 1, que en este caso es de $10^{9,10}$ continuando la tendencia a demostrar que dicha sección es la que sufre más y por tanto la sección crítica del eje.

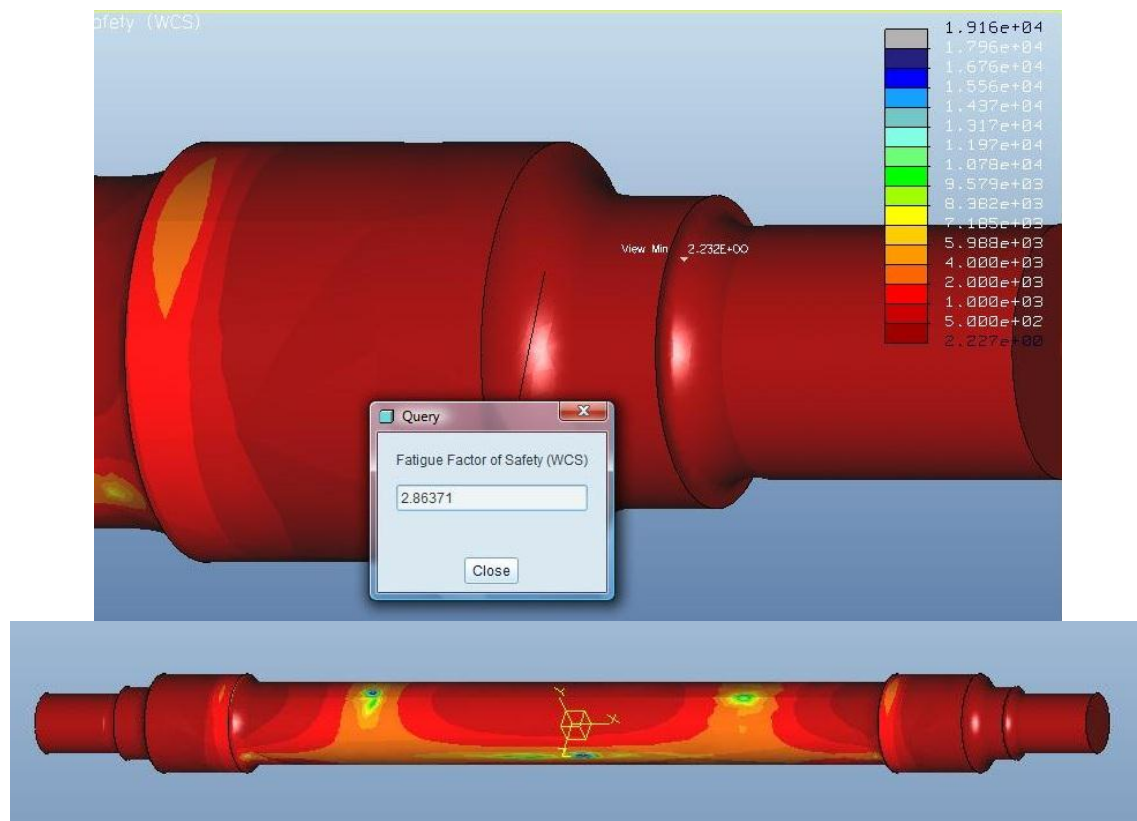


Figura 82: Factor de seguridad en la seccion 2 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Como ocurre con la vida a fatiga el minimo factor de seguridad se sigue encontrando en la seccion 1 que es la critica con un valor $n=2,23$ mientras que en la seccion 2 es algo mallor con un valor de $n=2,86$ siendo estos valores superiores al minimo considerado, superando con este factor de reduccion el minimo de 2.

-Seccion 3:

Por último, se realiza el análisis con el factor de reducción de la resistencia a la fatiga correspondiente a la sección 3, detallada en la figura 83 y recordando que tiene un valor de reducción de la resistencia a la fatiga de $K_{rf3} = 1,492$.

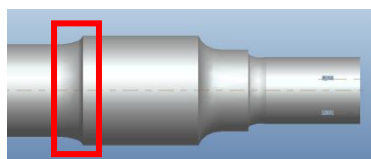


Figura 83: Seccion 3.

La vida a fatiga para esta sección es de $N_{f3} = 10^{20}$ ciclos, como se puede ver en la figura 84, viendo así, que esta sección no sufre un daño a fatiga considerable por el programa, al ser el máximo que nos da debido a los parámetros de cálculo del Pro/Engineer.

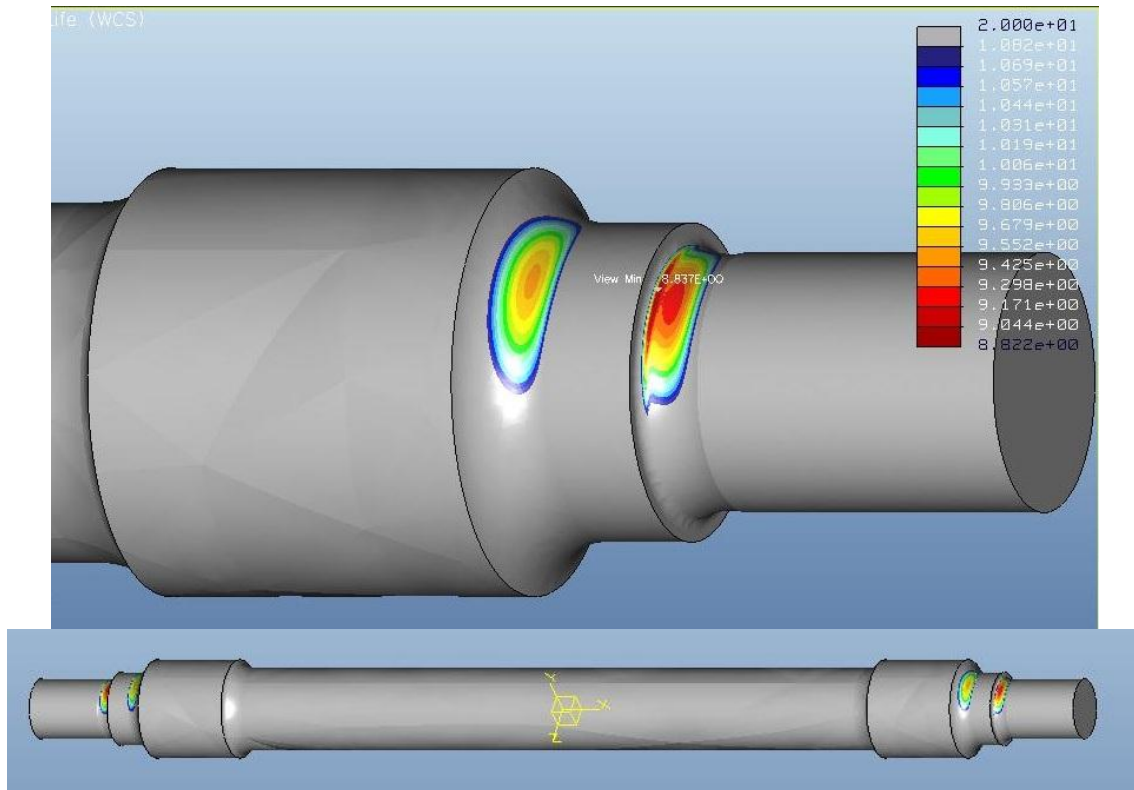


Figura 84: Vida a fatiga en la seccion 3 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

Siguiendo la tendencia observada en otros casos la sección crítica para este factor de reducción es la 1 con una vida a fatiga de $10^{8.83}$ siendo segura al superar el 10^7 que se pide para considerar vida infinita.

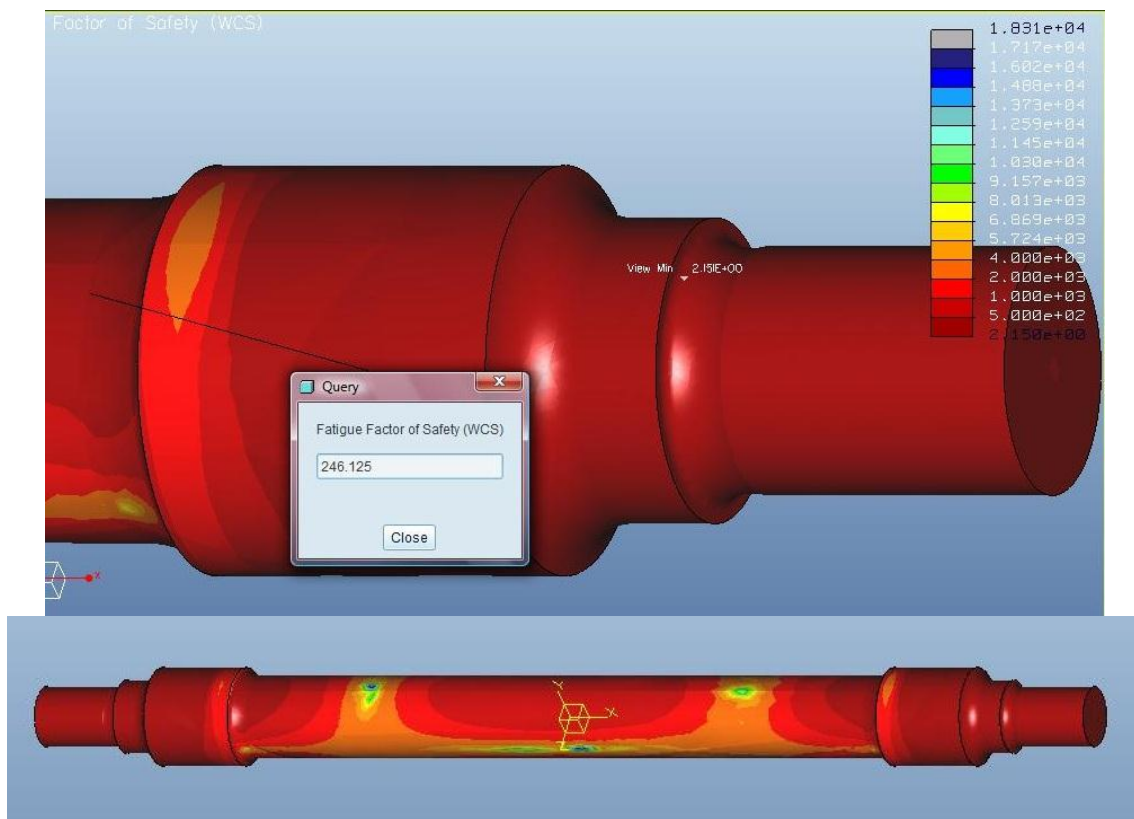


Figura 85: Factor de seguridad en la sección 3 en Multi-Pass Adaptive y Plotting Grid 6.

El factor de seguridad en la sección 3 es muy superior al de la sección 1, como se puede observar en la figura 85, que en este caso en la sección 1 nos da $n=2,15$, lo cual nos sigue indicando que, sea cual sea la sección que estudiemos la sección 1 será nuestra sección más crítica, esto se observará en el apartado 4.2.2, donde se recogen los resultados de todos los estudios realizados para estos casos y cuyas imágenes se pueden observar en el ANEXO C.

4.3.2 Resultados del estudio realizado con Single-Pass Adaptive.

Tras la realización de los ensayos con Single-Pass Adaptive vamos a estudiar los resultados obtenidos en los diferentes casos.

En primer lugar observamos los análisis estáticos.

Análisis estáticos			
Plotting Grid	estrés(MPa)	desplazamiento(μ m)	tiempo(min)
4	73,6	123	32
6	73,4	123	38
8	74,7	123	42
10	74,8	123	53

Tabla 5: Resultados de los análisis estáticos para Single-Pass Adaptive.

Como en los casos estudiados anteriormente era de esperar que no se sobrepase el límite elástico del material, en este caso el acero de 600 MPa y soporta la fuerza aplicada de forma estática sin que se rompa, la variación en el estrés no es muy concluyente al variar indiferentemente de un análisis a otro, aunque si puede ser orientativo al no diferir demasiado.

También se observa que los desplazamientos tanto en estos casos como en los del estudio anterior se siguen manteniendo constantes en todos los ensayos.

Al utilizar la opción de Single-Pass Adaptive y realizar los cálculos de una forma mas robusta la variación del tiempo de cálculo es muy pequeña al ir aumentando el Plotting Grid, aunque si resultaran importantes como veremos a continuación en los ensayos de fatiga.

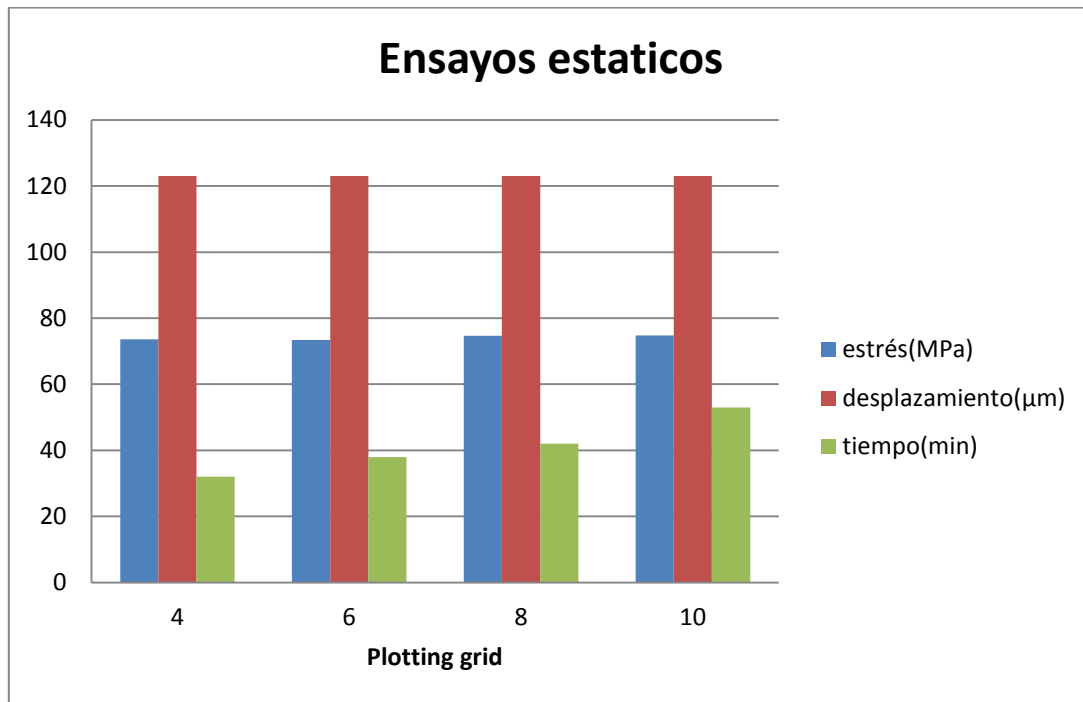


Figura 86: Grafico de resultados de los ensayos estaticos para Single-Pass Adaptive.

Observando el gráfico apenas se aprecian cambios significativos en los diferentes casos, lo cual nos indica que variar el Plotting Grid no afecta en gran medida en este tipo de análisis salvo en la pequeña variación del tiempo de cálculo.

A continuación se observará el estudio realizado con análisis de fatiga a nuestro eje en sus diferentes secciones criticas como en los casos de variación de mallado.

Análisis fatiga 1			
Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
4	$10^{8,43}$	2,03	202
6	$10^{8,40}$	2,03	376
8	$10^{8,39}$	2,03	599
10	$10^{8,38}$	2,03	881

Tabla 6: Resultados analisis de fatiga para seccion 1 con Single-Pass Adaptive.

Análisis fatiga 2			
Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
4	$10^{9,20}$	2,28	221
6	$10^{9,16}$	2,27	408
8	$10^{9,14}$	2,26	652
10	$10^{9,14}$	2,26	961

Tabla 7: Resultados analisis de fatiga para seccion 2 con Single-Pass Adaptive.

Análisis fatiga 3			
Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
4	$10^{8,93}$	2,19	211
6	$10^{8,94}$	2,19	399
8	$10^{8,95}$	2,17	687
10	$10^{8,96}$	2,18	938

Tabla 8: Resultados analisis de fatiga para seccion 3 con Single-Pass Adaptive.

Siguiendo también la norma EN 13261, como en los ensayos anteriores, se pide que soporten a fatiga 10^7 ciclos las probetas de ensayo, como vemos en general en las 3 secciones críticas este límite es sobrepasado por lo que nuestro eje soportaría las cargas aplicadas y el factor de seguridad también es lo suficientemente amplio para determinar que nuestro eje es seguro.

A continuación utilizaremos gráficos para observar cada apartado de forma mas detallada.

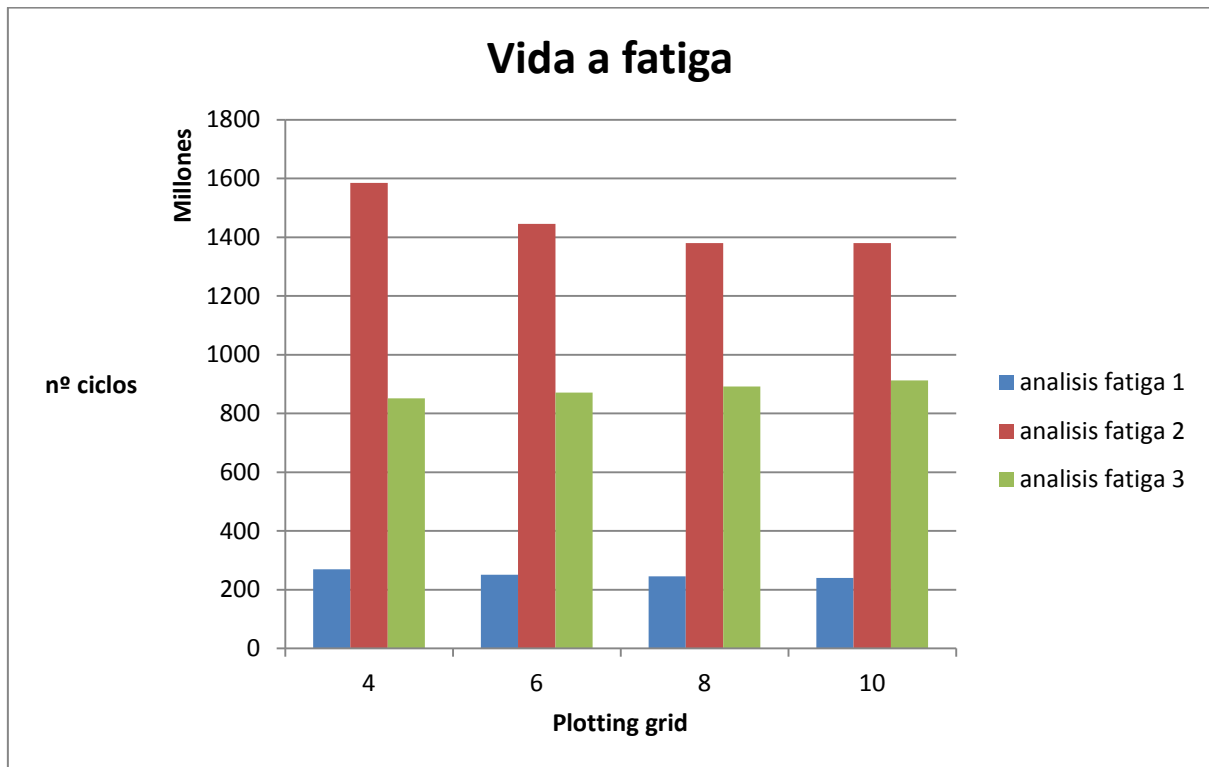


Figura 87: Grafico de comparacion de vida a fatiga en las 3 secciones con Single-Pass Adaptive.

Como observamos en el gráfico de vida a fatiga todos los valores en las diferentes secciones críticas sobrepasan el límite de 10^7 ciclos, esto nos indica que el eje aguantaría las solicitaciones a las que le sometemos.

En estos casos no observamos ningún dato anómalo y todos se mantienen bastante constantes en todas las secciones críticas, siendo la sección 1 la considerada mas crítica al obtener una vida a fatiga mucho menor que las otras 2 secciones; siendo en esta sección en la que se producirá el fallo una vez sobrepasados el numero de ciclos máximos que aguantaría el eje en esta zona.

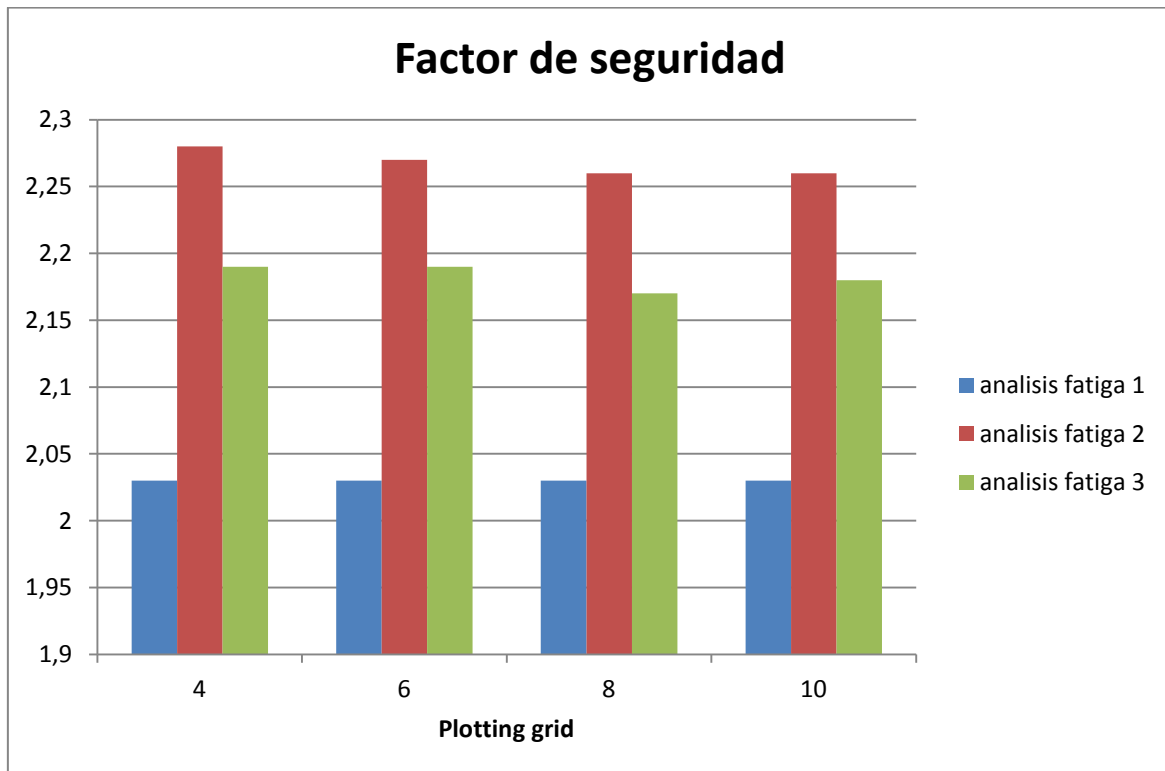


Figura 88: Grafico de comparacion del factor de seguridad en las 3 secciones con Single-Pass Adaptive.

En el caso del factor de seguridad todos los datos son bastante homogéneos en los diferentes ensayos.

Todas las secciones sobrepasan un factor de seguridad de 2, por lo que consideramos que nuestro eje es seguro en todas sus secciones y aguantara las solicitaciones a las que le sometemos.

En el siguiente grafico se estudiara el tiempo de duración de los ensayos en las diferentes secciones a estudiar.

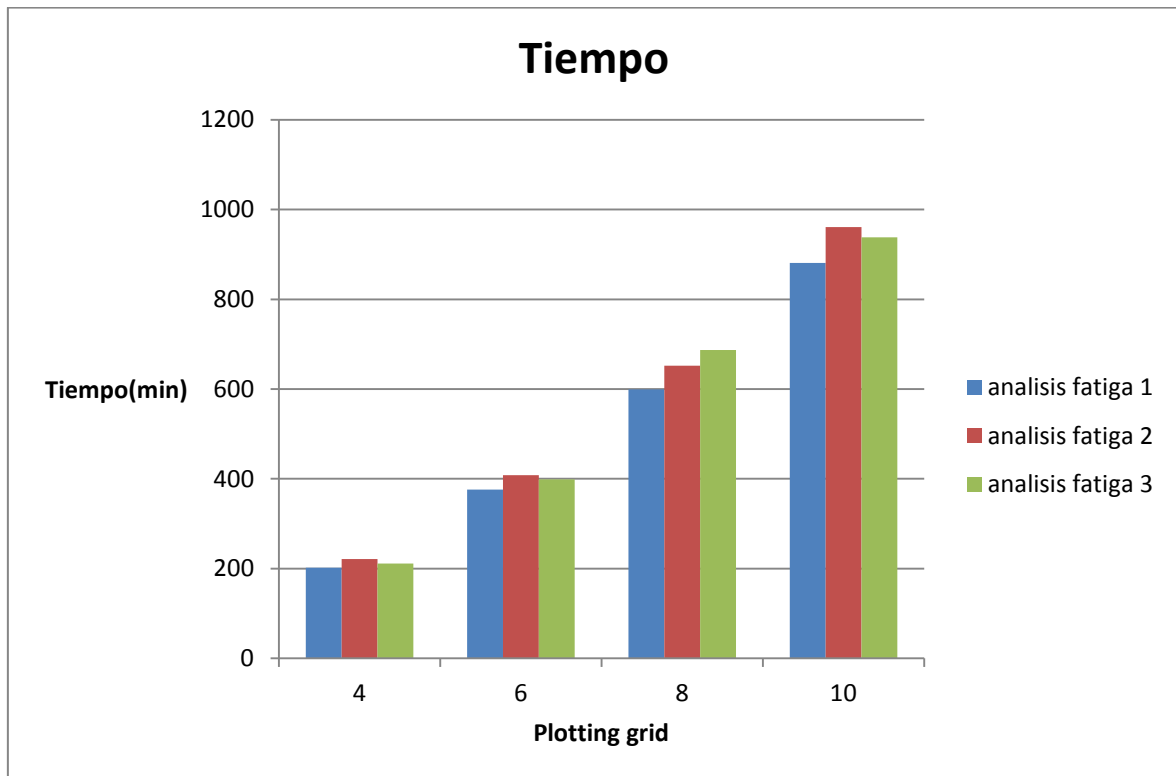


Figura 89: Grafico de comparacion del tiempo en las 3 secciones con Single-Pass Adaptive.

Al aumentar el plotting grid con un número fijo de nodos también aumenta significativamente el tiempo de realización de los ensayos, al haber utilizado un número intermedio de nodos no se produce un aumento excesivo del tiempo, lo cual puede permitirnos usar un plotting grid alto al interpretar que cuanto mayor sea más precisos deberían ser nuestros resultados.

4.3.3 Resultados del estudio realizado con Multi-Pass Adaptive.

Tras la realización de los ensayos con Multi-Pass Adaptive vamos a estudiar los resultados obtenidos en los diferentes casos.

A continuación observamos los casos estáticos en la siguiente tabla y gráficos.

Análisis estáticos			
Plotting Grid	estrés(MPa)	desplazamiento(μm)	tiempo(min)
4	75,3	123	337
6	76,5	123	379
8	76,1	123	368
10	76,3	123	429

Tabla 9: Resultados de los análisis estáticos para Multi-Pass Adaptive.

Como era de esperar el estrés continua siendo inferior al límite elástico del material con este método de análisis, aguantando por tanto las fuerzas a las que sometemos el eje de ferrocarril, aunque son algo superiores al método anterior utilizando el Single-Pass Adaptive que dado que estos ensayos son realizados con un método más exhaustivo de cálculo deberían ser más cercanos a los reales.

El desplazamiento se mantiene constante en estos casos como en todos los estudios realizados con el Pro/Engineer con anterioridad.

Por último el tiempo de realización de los ensayos con Multi-Pass Adaptive son muy superiores a los obtenidos con Single-Pass debido al método de cálculo que utiliza para obtener los resultados este tipo de opción de mallado, como dato a destacar el tiempo producido con Plotting Grid 6, como observamos es superior al realizado por el Plotting Grid 8 lo cual nos hace pensar que es producido por algún problema del ordenador durante el cálculo como falta de memoria durante el proceso, algo que ha resultado ser crítico con este programa al haber dado muchos problemas de este tipo durante la realización del proyecto.

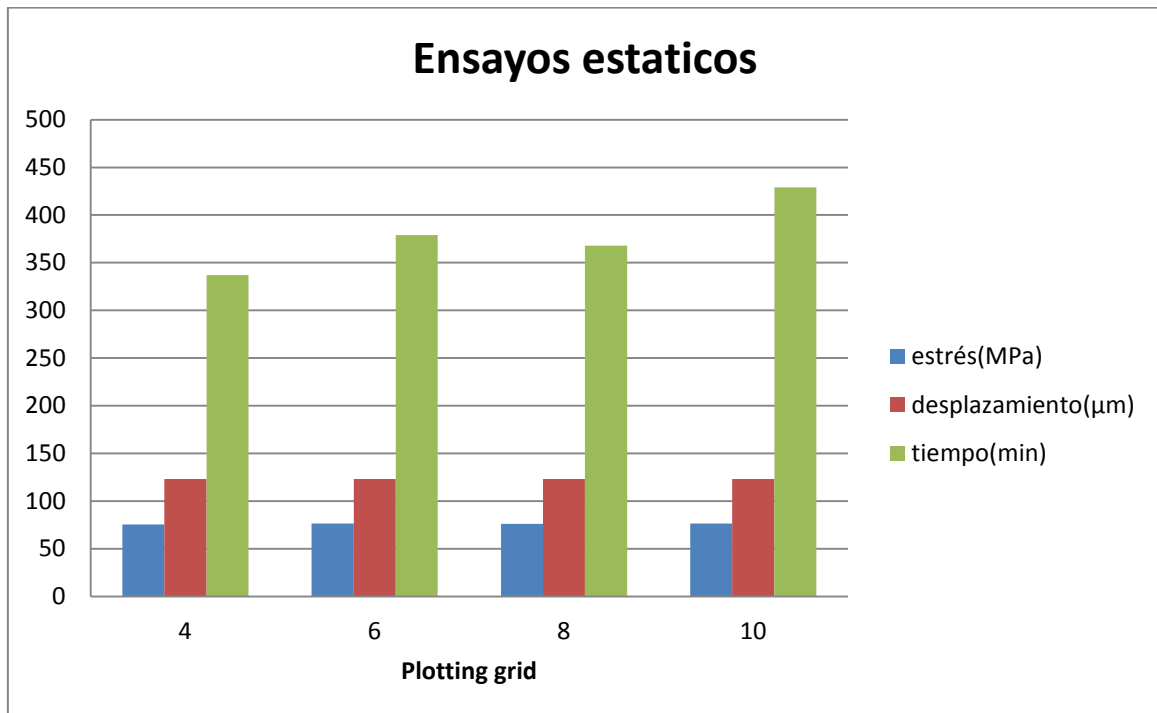


Figura 90: Grafico de resultados de los ensayos estaticos para Multi-Pass Adaptive.

En el gráfico podemos ver de una forma más clara como todos los ensayos son muy parecidos respecto al estrés y al desplazamiento, también el aumento progresivo del tiempo de realización de los estudios y la anomalía del Plotting grid 6 el cual hemos explicado anteriormente.

Tras los ensayos estáticos observaremos los ensayos a fatiga realizados en el eje en sus tres secciones críticas.

Plotting Grid	Análisis fatiga 1		
	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
4	$10^{8,39}$	2,03	209
6	$10^{8,33}$	1,99	406
8	$10^{8,34}$	2	597
10	$10^{8,34}$	1,99	880

Tabla 10: Resultados analisis de fatiga para seccion 1 con Multi-Pass Adaptive.

Análisis fatiga 2			
Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
4	$10^{9,15}$	2,26	268
6	$10^{9,10}$	2,23	441
8	$10^{9,10}$	2,23	570
10	$10^{9,15}$	2,26	968

Tabla 11: Resultados analisis de fatiga para seccion 2 con Multi-Pass Adaptive.

Análisis fatiga 3			
Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
4	$10^{8,88}$	2,19	221
6	$10^{8,84}$	2,15	422
8	$10^{8,83}$	2,15	666
10	$10^{8,83}$	2,15	930

Tabla 12: Resultados analisis de fatiga para seccion 3 con Multi-Pass Adaptive.

Como en los diferentes ensayos realizados con anterioridad todos los estudios sobrepasan el límite de 10^7 impuesto por la norma y el factor de seguridad también es alto, asegurando por tanto que nuestro eje resulta seguro para su utilización.

A continuación observaremos los resultados por separado comparándolos en las diferentes secciones críticas.

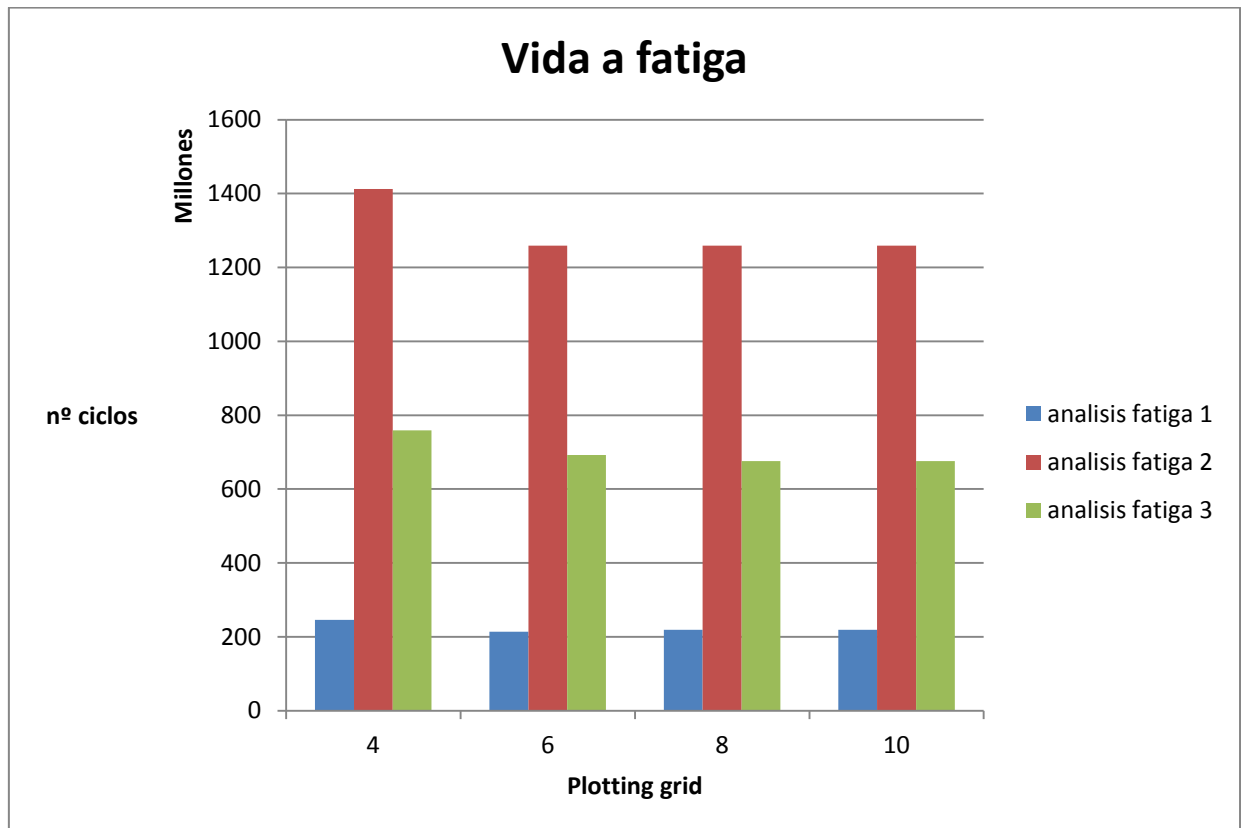


Figura 91: Grafico de comparacion de vida a fatiga en las 3 secciones con Multi-Pass Adaptive.

El gráfico confirma la hipótesis observada con anterioridad en la que nuestra sección crítica es la sección 1, ya que posee el número de ciclos menor que aguantaría nuestro eje comparado con las otras 2 secciones, afirmando así que cuando se produzca el fallo a fatiga en el eje es muy probable que se rompa por este punto al ser el que sufre mayores tensiones.

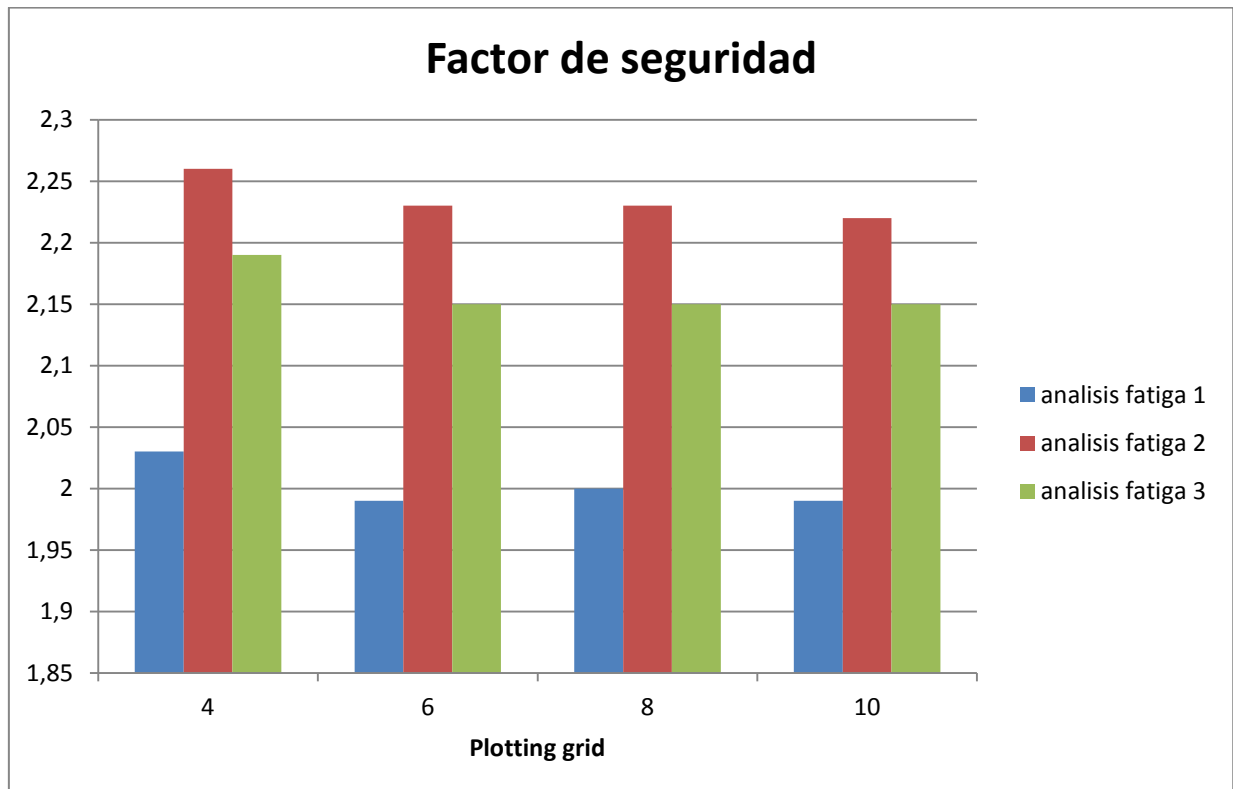


Figura 92: Grafico de comparacion del factor de seguridad en las 3 secciones con Multi-Pass Adaptive.

Corroborando lo visto en la vida a fatiga la sección 1 también es la que tiene un factor de seguridad menor que las otras 2, siendo en algún caso incluso menor de 2 por lo que si se revisase la geometría del eje seria la zona que se debería variar para aumentar la duración del eje en servicio y aumentar su seguridad.

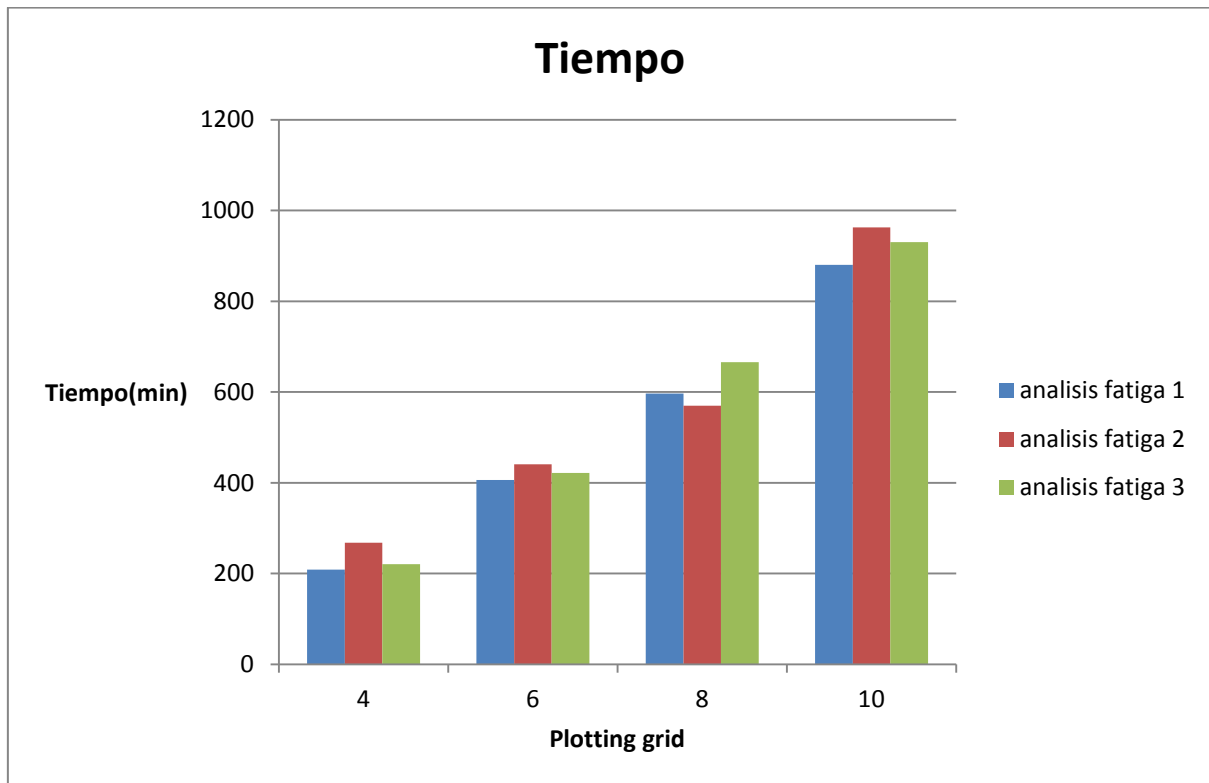


Figura 93: Grafico de comparacion del tiempo en las 3 secciones con Multi-Pass Adaptive.

Según aumentamos el Plotting Grid el tiempo va aumentando significativamente al aumentar la precisión de cálculo del programa, los tiempos son muy parecidos a los obtenidos con Single-Pass debido a que esta opción afecta a los ensayos estáticos principalmente, aunque los ensayos de fatiga utilicen ese estudio para su realización esto solo afecta a la obtención de resultados más precisos como observamos en los anteriores gráficos pero no en su tiempo de realización que se debe al Plotting Grid utilizado.

4.4 Comparación de resultados

Tras analizar los diferentes estudios de forma independiente se va a realizar una comparación de todos ellos para poder obtener una idea clara de cuál podría ser el mejor camino para la realización de otro tipo de trabajos con el programa Pro/Engineer y para la comprensión de dichos resultados de una forma general pudiendo sacar así unas conclusiones generales al contar con todos los datos reunidos en las tablas 13 y 14.

		Análisis estático		
Análisis cambio de malla	nº tetraedros	estrés(MPa)	desplazamiento(μ m)	tiempo(min)
	569	75,7	123	15
	1030	75,9	123	9
	6950	76,9	123	98
	12222	77,8	123	12
	31432	79,66	123	39
	47393	75,57	123	74
	69177	75,09	123	83
Single-Pass Adaptive	Plotting Grid	estrés(MPa)	desplazamiento(μ m)	tiempo(min)
	4	73,6	123	32
	6	73,4	123	38
	8	74,7	123	42
	10	74,8	123	53
Multi-Pass Adaptive	Plotting Grid	estrés(MPa)	desplazamiento(μ m)	tiempo(min)
	4	75,3	123	337
	6	76,5	123	379
	8	76,1	123	368
	10	76,3	123	429

Tabla 13: Resultados reunidos de los análisis estáticos en Pro/Engineer.

Debido a que este proyecto busca una forma de realizar los siguientes trabajos con Pro/Engineer de una forma rápida y lo mas verídica posible vamos a comparar los resultados obtenidos en todos los análisis realizados, al ver todos juntos se puede observar que las diferencias en el estrés no son excesivamente altas y manteniéndose todas ellas por debajo del límite elástico del material de 600 MPa y al no tener un ensayo real que nos dé un valor exacto de dicho resultado se puede decir que todos ellos rondan el valor aproximado al real.

Por lo que el factor que determinaremos para la elección de las opciones de mallado y cálculo que deberían utilizarse se determinarán más por el tiempo operacional que ha costado cada ensayo al ser algo importante a la hora de encarecer futuros proyectos realizados con este programa, más que por los valores obtenidos.

De esta forma podemos decir que en este tipo de ensayos el tiempo no es excesivamente alto mientras no se use la opción Multi-Pass Adaptive que eleva el tiempo operacional drásticamente en comparación con el Single-Pass Adaptive.

Por esta razón recomendaría utilizar Single-Pass Adaptive con un Plotting Grid alto para la mayoría de ensayos ya que sus resultados son muy buenos comparados con el tiempo que tardan en realizarse, salvo si se necesitase hacer el análisis estático para la elaboración de ensayos más precisos posteriormente ya que este suele ser utilizado como paso previo para la realización de otros tipos de análisis en los que se podría necesitar un cálculo previo mas exhaustivo. Finalmente para todos ellos recomendaría un mallado preciso pero no excesivo ya que si elevamos demasiado el número de nodos puede comenzar a dar problemas de rendimiento el ordenador utilizado y elevar drásticamente el tiempo que éste utiliza para la obtención de los resultados de cada análisis.



Análisis a fatiga de un eje ferroviario con Pro/Engineer

Análisis cambio de malla	nº tetraedros	Análisis fatiga 1			Análisis fatiga 2			Análisis fatiga 3		
		vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
	569	10 ^{8,40}	2,05	35	10 ^{9,15}	2,27	37	10 ^{8,91}	2,17	40
	1030	10 ^{8,36}	1,99	50	10 ^{9,11}	2,23	55	10 ^{8,88}	2,15	56
	6950	10 ^{8,34}	1,99	170	10 ^{9,09}	2,22	210	10 ^{8,83}	2,15	185
	12222	10 ^{8,40}	2,28	309	10 ^{9,13}	2,23	316	10 ^{8,88}	2,16	312
	31432	10 ^{8,40}	2,03	585	10 ^{9,18}	2,26	636	10 ^{8,90}	2,18	621
	47393	10 ^{8,39}	2,03	829	10 ^{9,15}	2,26	839	10 ^{8,39}	2,03	770
	69177	10 ^{8,38}	2	1800	10 ^{9,14}	2,25	1434	10 ^{8,88}	2,18	1935
Single-Pass Adaptive	Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
	4	10 ^{8,43}	2,03	202	10 ^{9,20}	2,28	221	10 ^{8,93}	2,19	211
	6	10 ^{8,40}	2,03	376	10 ^{9,16}	2,27	408	10 ^{8,94}	2,19	399
	8	10 ^{8,39}	2,03	599	10 ^{9,14}	2,26	652	10 ^{8,95}	2,17	687
	10	10 ^{8,38}	2,03	881	10 ^{9,14}	2,26	961	10 ^{8,96}	2,18	938
Multi-Pass Adaptive	Plotting Grid	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
	4	10 ^{8,39}	2,03	209	10 ^{9,15}	2,26	268	10 ^{8,88}	2,19	221
	6	10 ^{8,33}	1,99	406	10 ^{9,10}	2,23	441	10 ^{8,84}	2,15	422
	8	10 ^{8,34}	2	597	10 ^{9,10}	2,23	570	10 ^{8,83}	2,15	666
	10	10 ^{8,34}	1,99	880	10 ^{9,10}	2,22	963	10 ^{8,83}	2,15	930

Tabla 14: Resultados reunidos de los análisis de fatiga en Pro/Engineer.

En el caso de los análisis de fatiga el tiempo que se tarda en realizar los cálculos cobra mas importancia aun, ya que según las opciones utilizadas éste se eleva de una forma drástica según el número de elementos que formen nuestro mallado y las opciones de cálculo empleadas en el análisis estático previo que se utiliza para su realización.

Para estos casos podemos observar que los resultados son bastante homogéneos y coherentes con todas las opciones utilizadas de mallado y cálculo, por lo que recomendaría la utilización de un mallado medio o bajo ya que es el factor que más influye en lo que se tarda en elaborar un ensayo y pudiendo llegar a ser superior a 30 horas si elevamos en exceso el número de nodos, respecto al resto de opciones de cálculo en este caso la utilización de Single o Multi-Pass Adaptive no influye al ser una opción del cálculo estático previo, así que nos queda el Plotting Grid el cual si podemos variar y también influye en el tiempo de realización de los cálculos elevándolo al aumentar dicho parámetro, para el cual también recomendaría utilizar uno intermedio ya que apenas se aprecian diferencias al variarlo utilizando el mismo número de nodos en la malla.

4.5 Estudio de sobrecarga del eje.

Tras haber acabado con los casos anteriores vamos a proceder con una serie de ensayos en los que vamos a sobrecargar el eje doblando las toneladas aplicadas sobre dicho eje, siendo estas 12,5, 25, 50 y 100 toneladas.

Para realizar las pruebas estáticas y a fatiga vamos a utilizar un mallado de 12.222 nodos, Multi-Pass Adaptive y un Plotting Grid de 6 y debido a que como se ha demostrado en los estudios anteriores la sección crítica es la 1, los estudios de fatiga que realizaremos solo se aplicarán en dicha sección para reducir el número de cálculos considerando que si falla el eje con esta sobrecarga se realizara en ella.

El objetivo de estos ensayos es ver el comportamiento del eje y de su material al aplicarle cargas mucho mayores que a las que se le va a someter en la realidad, de esta forma se obtendrán una serie de datos que nos podrán decir la progresión del eje al aumentar dicha carga sobre él y a partir de que carga nuestro eje deja de servir, al no ser segura su utilización con cargas superiores.

4.5.1 Resultados del estudio.

Tras realizar los estudios con sobrecarga en el eje, vamos a observar los datos obtenidos en los casos estáticos. Los resultados en estos casos se pueden observar en la tabla 15:

carga (ton)	Análisis estáticos		
	estrés(MPa)	desplazamiento(μ m)	tiempo(min)
12,5	75,2	123	114
25	149,7	246	113
50	299,8	492	114
100	603	984	115

Tabla 15: Análisis estáticos con sobrecarga del eje.

Como observación principal se debe resaltar el resultado obtenido con 100 toneladas sobre el eje que sobrepasa el límite elástico del material de 600 MPa, por lo que podemos decir que nuestro eje no aguantaría la carga aplicada sobre él y rompería con facilidad.

Otra observación que se puede sacar de estos datos es la progresión de éstos, ya que al ir doblando la carga aplicada se van doblando también los resultados obtenidos en el estrés y el desplazamiento. El tiempo al tratarse de una serie de ensayos realizados con las mismas opciones de cálculo y mallado se mantiene igual, ya que la carga que aplicamos no influye en el tiempo que tarda en realizarse la prueba con el programa Pro/Engineer.

A continuación analizaremos la figura 95 en la que se muestra un gráfico con los resultados de estrés y desplazamiento ya que como hemos dicho el tiempo se mantiene constante en todos los ensayos.

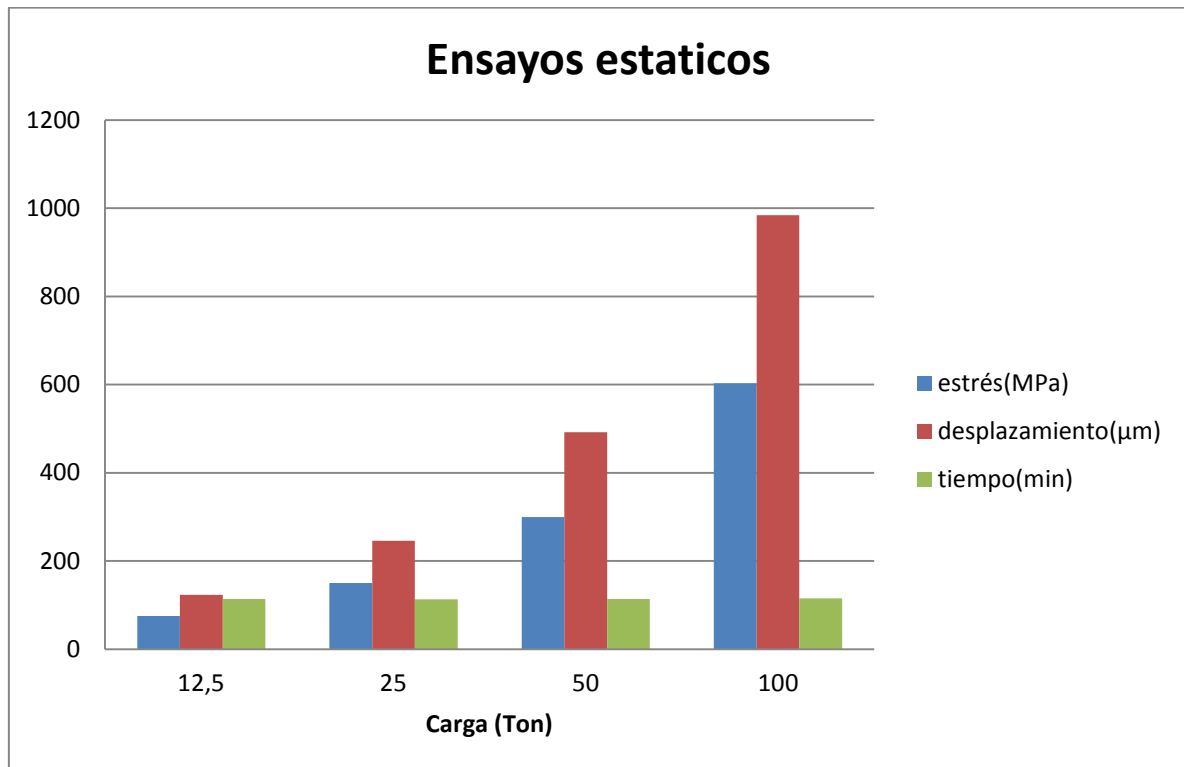


Figura 94: Grafico de resultados de los ensayos estáticos con sobrecarga del eje.

Como hemos mencionado antes, los resultados se pueden ver cómo van aumentando progresivamente según se van aumentando las cargas. Esta progresión sigue el mismo ritmo que el aumento de las cargas ya que se han ido doblando las cargas al doble que la anterior y esto mismo se observa en los resultados obtenidos.

Cabe destacar como antes que la carga de 100 Toneladas sobrepasa el límite elástico de 600 MPa por lo que el eje rompería, aunque el programa no lo muestra, ni menciona nada al respecto, como se puede observar en la siguiente imagen de dicho ensayo en el que se especifica su resultado pero no se aprecia ni avisa de la rotura del eje:

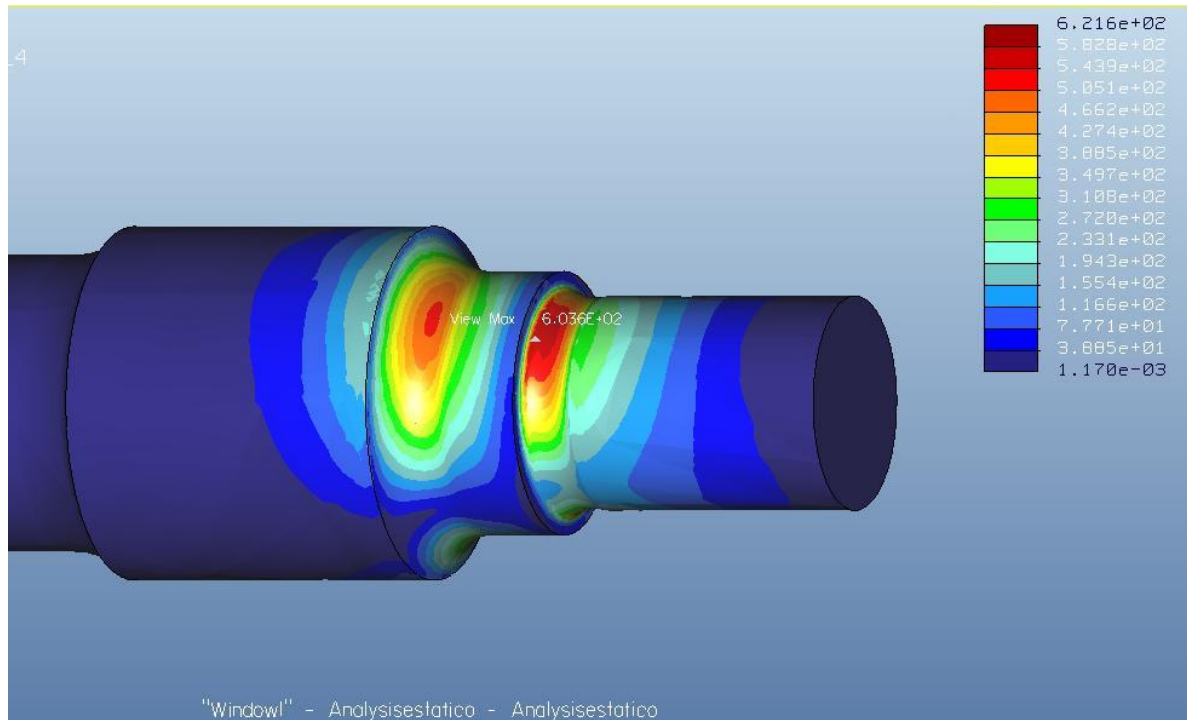


Figura 95: detalle del análisis de estrés en el caso estático de sobrecarga con 100 Ton.

Como era de esperar la rotura se produciría en la sección 1, aunque el programa no lo especifica se puede observar como es la sección que mas sufre y donde se encuentra el máximo estrés al que se somete al eje.

El resto de imágenes de estos estudios se pueden observar en el ANEXO D.

Tras los ensayos estáticos observaremos los ensayos a fatiga realizados en el eje en su sección 1 la más crítica como hemos observado.

carga (ton)	Análisis fatiga		
	vida fatiga(ciclos)	factor seguridad	tiempo(min)
12,5	10 ^{8,39}	2,02	160
25	10 ^{6,04}	1,01	189
50	10 ^{4,48}	0,51	192
100	10 ^{3,29}	0,25	217

Tabla 16: Análisis a fatiga en la sección 1 con sobrecarga del eje.

Siguiendo también la norma EN 13261, como en los ensayos anteriores, se pide que soporten a fatiga 10^7 ciclos las probetas de ensayo, siguiendo esta norma se puede observar que salvo el caso de 12,5 Toneladas, que es el caso normal, el resto no la cumplen, por lo que aunque los casos de 25 y 50 toneladas aguanten la carga aplicada, en los casos estáticos fallarían rápidamente en funcionamiento por lo que en ninguno de estos caso se recomendaría la utilización del eje al no cumplir con la norma.

El factor de seguridad también baja drásticamente al aumentar las cargas incumpliendo la necesidad de superar un factor de 2.

Todos estos datos los analizaremos en profundidad por separado con los graficas que se muestran a continuación, comenzando por la vida a fatiga que se puede ver en la figura 97.

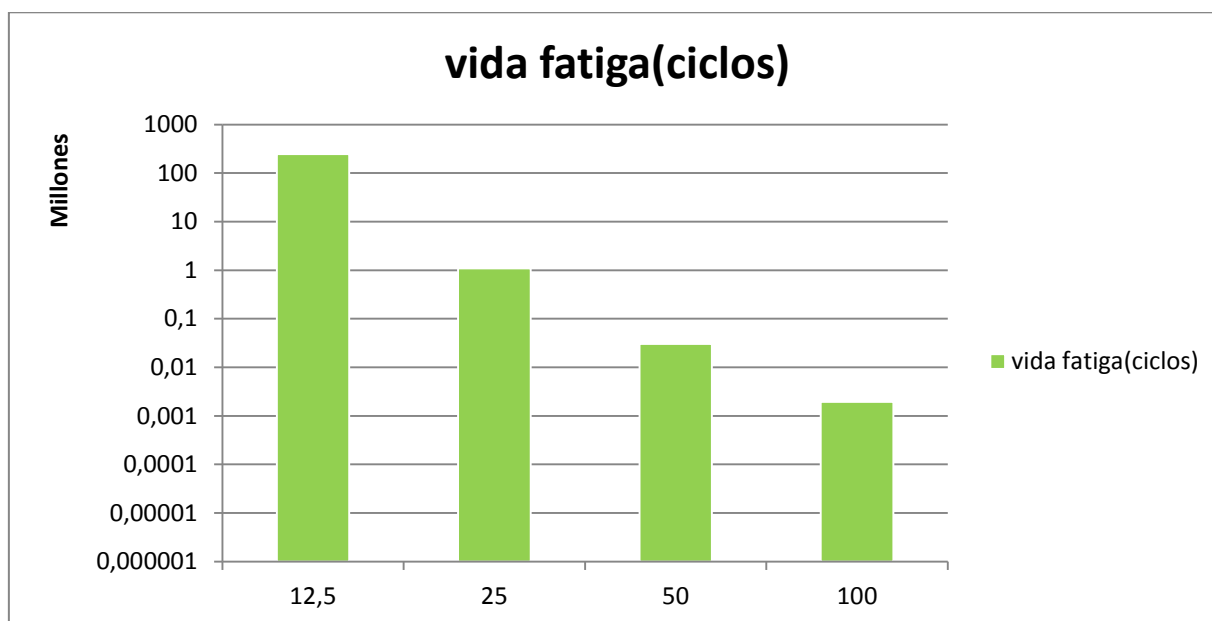


Figura 96: Grafico de vida a fatiga con sobrecarga en el eje.

Debido a la gran diferencia de resultados obtenidos al ir aumentando la carga sobre el eje de ferrocarril y la rápida disminución de este factor se ha hecho el gráfico con una escala logarítmica para apreciar las diferencias de resultados obtenidos en cada caso estudiado.

Como se ha mencionado anteriormente solamente el caso inicial de 12,5 toneladas por extremo del eje supera el límite de 10^7 establecido por la norma, por lo que todos los demás casos no soportarían los rangos de funcionamiento establecidos, aunque en el caso de 25 toneladas el número de ciclos es alto y se podría decir que en caso de sobrecargar el eje hasta esta cantidad aguantaría bastante bien las solicitaciones.

Mientras que en el caso de 50 y 100 toneladas disminuye este valor drásticamente por lo que sufrirían rotura por fatiga en un corto plazo de tiempo y uso; en el caso concreto de 100 toneladas en el eje, como hemos visto en el estudio estático, se produciría su rotura antes de poder someterse a fatiga, por lo que este estudio es irreal, aunque es posible su realización con el programa Pro/Engineer debido a que no contempla este hecho a la hora de realizar los estudios.

A continuación la figura 98 nos muestra el gráfico con los resultados obtenidos del factor de seguridad.

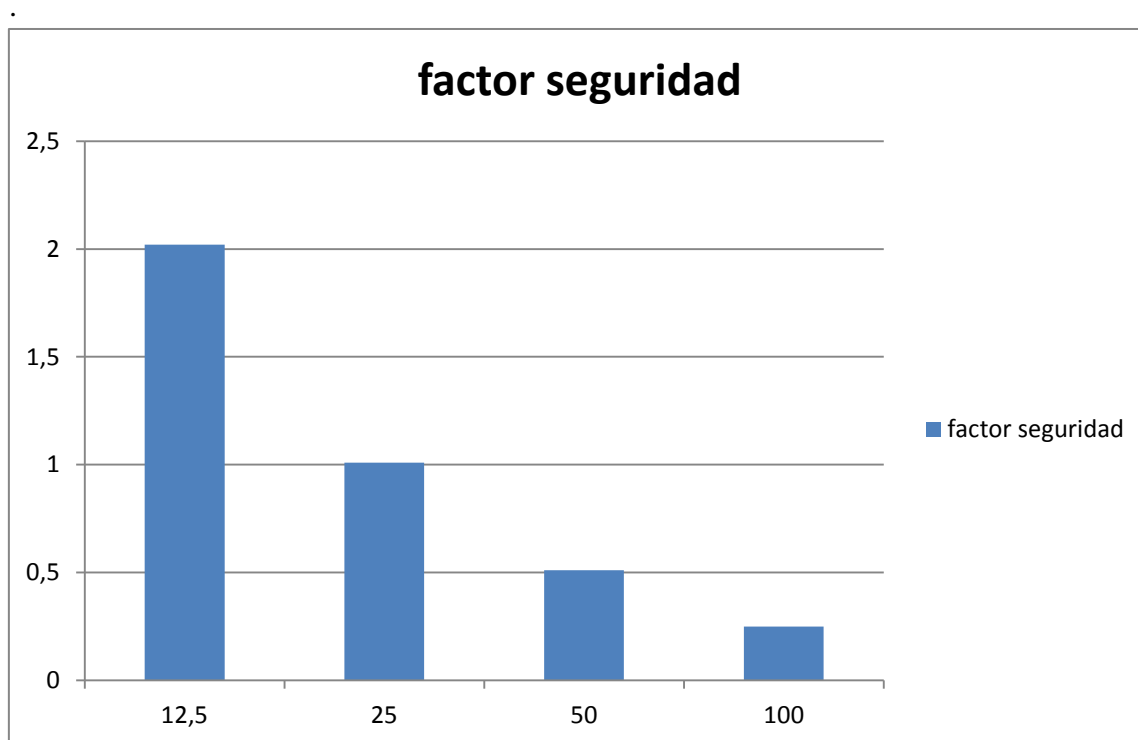


Figura 97: Grafico de factor de seguridad con sobrecarga en el eje.

Como se va observando en estos casos el de 12,5 toneladas sigue siendo el único que cumple con los requisitos de seguridad necesarios, siendo su valor superior a 2, mientras que el resto de casos sufre una disminución drástica equivalente al aumento de la carga, ya que se observa como al ir doblando el valor de la carga aplicada el factor de seguridad disminuye en la misma medida a la mitad que la anterior.

En la figura 99 se puede observar el tiempo utilizado por el programa para realizar los cálculos en estos casos.

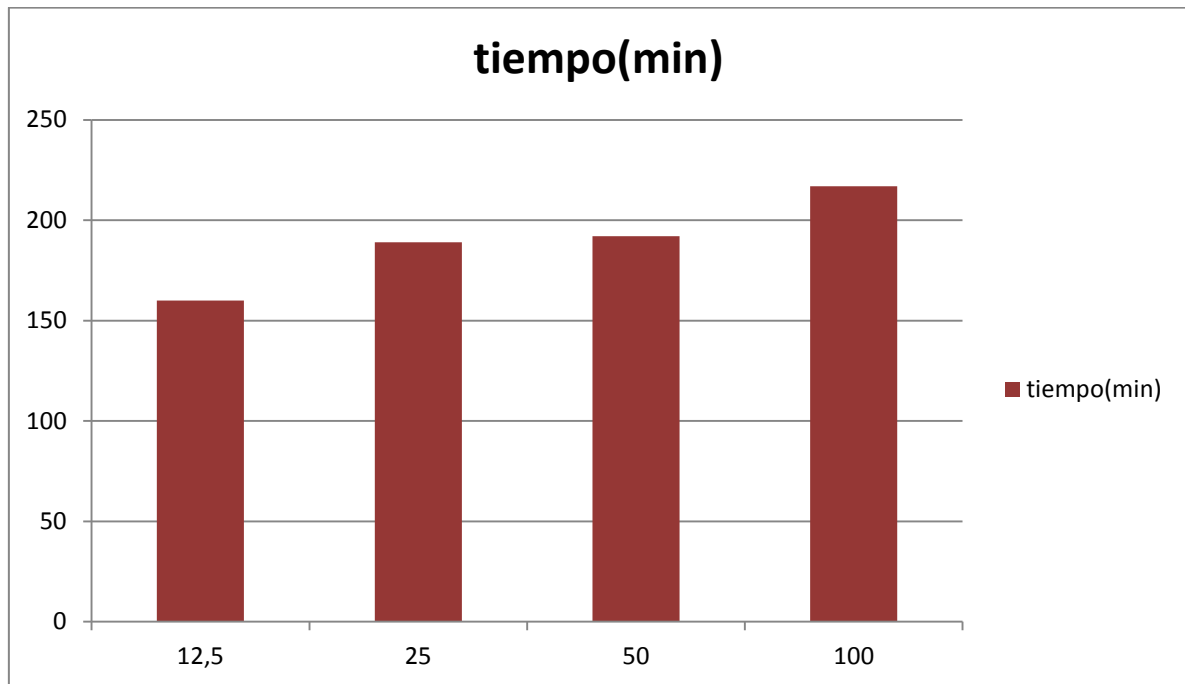


Figura 98: Grafico de tiempo en sobrecarga en el eje.

En estos casos el tiempo no varía drásticamente entre estudios debido a que se ha utilizado las mismas opciones de cálculo en todos ellos y por tanto las variaciones obtenidas son debidas al aumento de la carga y la utilización del ensayo estático para su realización que al obtener diferentes resultados en cada caso provoca estas pequeñas variaciones de tiempo.





CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones

Al comienzo de este proyecto fin de carrera se fijó como objetivo principal avanzar en el estudio de los modelos de ejes ferroviarios simulados con programas que utilizaran el Método de los Elementos Finitos, centrándose en el software ProEngineer. Esta finalidad ha sido cumplida pues, de los resultados presentados en este documento, se obtienen unas características de cálculo y producción de datos sobre dicho programa a la hora de realizar estudios estáticos y de fatiga sobre un modelo de eje ferroviario.

Para ello se ha modelado en el software ProEngineer un eje ferroviario sobre el que se han realizado una serie de ensayos tras aplicar una serie de restricciones y cargas.

En el presente documento se han incluido los resultados de 68 análisis efectuados, a lo que habría que añadir otros muchos que se han realizado y cuyos resultados no han sido concluyentes o han dado resultados que se ha considerado que no eran correctos. Como cifra orientativa de lo exhaustivo del trabajo realizado, hay que destacar que el volumen de datos generado sobrepasa los 70 Gb.

Del estudio realizado sobre el programa, a fin de optimizar la relación tiempo de cálculo/precisión de resultados para el cálculo de estudios de estrés y fatiga, se han obtenido una serie de conclusiones relevantes:

- El aumentar drásticamente de mallado no ofrece una mayor precisión necesariamente en la obtención de resultados, por lo que se recomienda utilizar un mallado no excesivamente alto, debido al rápido aumento de tiempo de cálculo que precisa este aspecto, al utilizar mallados excesivos.
- Si se necesita mas precisión en alguna zona concreta del elemento a estudiar, se recomienda aplicar una densidad mayor de nodos en la zonas críticas que se estudian, dejando el resto con un mallado homogéneo y mayor.
- Respecto a la utilización de la opción Single-Pass Adaptive o Multi-Pass Adaptive se ha visto que la aplicación de uno u otro solo afecta al estudio estático, obteniéndose tiempos de cálculo mucho mayores con Multi-Pass que con el Single-Pass, pero debido a que solo se trata de un análisis y que este será utilizado a posteriori por otros análisis que se pueden realizar, se recomienda el uso del Multi-Pass Adaptive, que ofrece mayor precisión de cálculo y por tanto mejores resultados.
- Pro/ENGINEER posee un parámetro propio denominado Plotting Grid, que amplía enormemente la resolución de los análisis, ya que el software no se limita a resolver ecuaciones únicamente en los nodos, si no que crea un entramado entre nodo y nodo en el cual también se resuelven ecuaciones. Esto conlleva a

resultados muy precisos con mallas aparentemente “gruesas”. Por esto se recomienda utilizar un valor superior en este apartado, mejor que un mallado excesivo.

Tras analizar dichas conclusiones obtenidas se recomienda en conjunto utilizar un mallado menor y homogéneo, salvo si hay zonas que necesiten más precisión de cálculo, utilizar el Multi-Pass Adaptive en los casos estáticos dejando sus opciones como vienen, un orden de polinomio de 9 y criterio de convergencia de 2% y un Plotting Grid entre 6 y 8 para una mayor precisión de cálculo sin un excesivo coste operacional.

Del estudio mecánico del eje se puede concluir que nuestro eje cumple con las solicitaciones necesarias para su puesta en funcionamiento puesto que no sufre roturas y aguanta las cargas aplicadas tanto de forma estática como a fatiga.

Otra observación del eje es que la sección que sufrirá más y por tanto es nuestra sección crítica es la sección 1 observada en la figura 99:

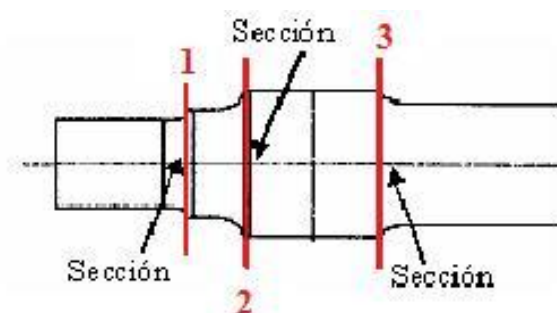


Figura 99: Secciones críticas del eje.

Por último, en el estudio realizado sobrecargando el eje se puede concluir que aumentar en exceso la carga a la que está sometido cada eje puede ser muy peligroso, ya que solo el caso real de 12,5 toneladas ha cumplido con las condiciones necesarias para su utilización en la realidad, pues en los casos de 25, 50 y 100 toneladas las capacidades del eje han disminuido drásticamente, llegando incluso a sufrir rotura en el análisis estático con 100 toneladas.

Los resultados obtenidos en el proyecto se han comparado con estudios llevados a cabo por investigadores de gran prestigio del sector ferroviario, llegando a la conclusión de que ambos son afines entre sí. Por tanto, puede definirse como aceptable el empleo del software Pro/ENGINEER para el desarrollo de estudios mecánicos de ejes ferroviarios.

Además, hay que destacar que cada vez es mayor el peso que el uso de software técnico especializado, como el empleado en este proyecto, va adquiriendo en la



industria, como alternativa a la experimentación, lo que se traduce en una mayor eficiencia, tiempos menores y por supuesto ahorro económico.

Finalmente, a modo de resumen, podemos concluir que se han alcanzado, a plena satisfacción, todos los objetivos planteados al principio del presente proyecto.

5.2 Trabajos futuros

El estudio del eje ferroviario está siendo objeto de numerosos proyectos en la Universidad Carlos III de Madrid, comenzando con análisis sencillos, se están completando con grietas en el eje u otros modelos de eje hueco que son empleados en alta velocidad.

Como sucede en la mayoría de los casos, todo puede ser mejorado, esto es algo que se tiene presente y que se demuestra con una serie de mejoras propuestas para el modelo estudiado. Con estas propuestas, podrá recogerse el testigo de este proyecto y llevarlo cada vez más lejos, mediante pequeñas aportaciones que en conjunto alcancen grandes metas. Se formulan las siguientes propuestas de mejora.

- En primer lugar se plantea realizar un análisis similar al aquí presentado, empleando el eje hueco y comprobar si el modelo diseñado para alta velocidad es más seguro que el modelo propuesto en este proyecto.
- Otra posibilidad que se sugiere es realizar análisis con metodologías comunes a la planteada en este proyecto, desarrollados con otras herramientas de elementos finitos (Ansys, Nastran, etc.) para comprobar las diferencias reportadas por los diversos software.
- Una mejora posible sería incluir en el estudio un mayor número de elementos, específicamente las ruedas caladas en el eje, ya que a nivel mantenimiento es mucho más rápido y en definitiva económico, analizar el Wheelset sin necesidad de desmontar las ruedas.





CAPÍTULO 6

PRESUPUESTO

6.1 Presupuesto general

Para llevar a cabo este proyecto, se han empleado una serie de recursos. Estos recursos, aunque están disponibles en la facultad, conllevan un coste de utilización y mantenimiento. Para poder hacer un presupuesto real y detallado con relación a las labores realizadas a lo largo de este proyecto, es necesario, en primer lugar, resaltar las fases del proyecto y el tiempo de consecución de cada una de las mismas.

El tiempo de desarrollo del proyecto ha transcurrido entre Junio 2011 y Junio de 2012, sin embargo es justo decir que la carga de trabajo no ha sido uniforme a lo largo de los 12 meses. Considerando la intensidad de los 3 últimos meses, y el descenso de la misma en el periodo estival, resulta razonable y muy próximo a la realidad estimar de forma global el desarrollo del proyecto en 10 meses a media jornada, esto es 20 horas semanales.

A continuación se asignan las horas estimadas a cada fase desarrollada en la realización del proyecto

1. Planteamiento de los objetivos del Proyecto fin de carrera: 40 h.
2. Proceso de documentación: 80 h.
3. Diseño de la metodología del estudio: 40 h.
4. Modelado del eje y preparación de los análisis: 30h.
5. Realización de los análisis: 432 h.
6. Postprocesado de los análisis realizados: 90 h.
7. Obtención de conclusiones: 50 h
8. Elaboración de la memoria: 180 h

Hay que destacar que la mayoría de las ocasiones unas fases se han solapado con otras debido a que están estrechamente relacionadas. Es necesario comentar que se han realizado varias fases de forma paralela en lo que concierne a la línea temporal del desarrollo del proyecto.

Las horas que se incluyen en el presupuesto, no corresponden directamente con la suma de las anteriores, ya que se ha considerado que algunas de las fases del proyecto tales como la documentación, el aprendizaje del funcionamiento de la herramienta, las horas de realización de análisis no deben ser tomadas en cuenta en la facturación del proyecto.

6.2 Costes

Se expone a continuación un pequeño desglose de las actividades, equipos y personal que han sido utilizados o han colaborado en la realización de este proyecto, detallándose con información económica y temporal, con objeto de ofrecer un presupuesto que pueda servir como indicador del coste del proyecto. El desglose de costes se ha dividido en cuatro grupos:

- Personal: Estimación del coste de todo el personal que ha intervenido en el proyecto. En este caso, como Ingeniero Senior, el tutor del proyecto, Higinio Rubio Alonso; y como Ingeniero Técnico, el autor del proyecto, Fernando Gasca Piernas.
- Equipos: Se estima la amortización del conjunto de equipos utilizados para la realización del proyecto: PC, y licencias de software Pro/ENGINEER y Microsoft Office 2007.
- Subcontratación: Apartado en el que se desglosan todas las tareas que requieran de subcontratación a empresas externas. En este caso, no se ha llevado a cabo esta práctica, por lo que queda en blanco
- Resto de costes directos: Se establece en este apartado los costes generales que faltan por detallar, tales como material fungible, gastos de impresión de documentos, desplazamientos, etc.
- Costes indirectos: incluye todos los costes que no están específicamente incluidos en los apartados anteriores.



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Escuela Politécnica Superior

PRESUPESTO DEL PROYECTO

1.- Autor:

Fernando Gasca Piernas

2.- Departamento:

Ingeniería Mecánica

3.- Descripción del proyecto:

Titulo: Análisis de fatiga de un eje ferroviario
con Pro/Engineer

Duración (meses): 10

Tasa de costes indirectos y beneficio: 20%

4.- Presupuesto Total del Proyecto

26.549,09 €

5.- Desglose presupuestario (costes directos)

PERSONAL					
Apellidos y Nombre	N.I.F	Categoría	Dedicación (horas)	Coste €/ h	Coste (€)
Rubio Alonso, Higinio		Ingeniero Senior	36	70	2.520
Fernando Gasca Piernas		Ingeniero Técnico	330	40	13.200
				Total	15.720 €

EQUIPOS					
Descripción	Coste (€)	% Uso dedicado al proyecto	Dedicación (meses)	Periodo de depreciación	Coste imputable ¹ (€)
Ordenador	1199	100	10	36	279,8
Licencia Pro/ENGINEER	6000	70	7	12	2.058
Licencia Office 2007	149	30	3	72	1,56
Total					2339,36 €

SUBCONTRATACIÓN DE TAREAS		
Descripción	Empresa	Coste imputable
-		-
Total		0 €

OTROS COSTES DIRECTOS DEL PROYECTO ²		
Descripción	Empresa	Coste imputable
Gastos de material de oficina e impresión de documentos		390
Desplazamientos, dietas...		300
Total		690 €

¹Fórmula de la Amortización: $A \cdot 0.84 \cdot B/100 \cdot C/D$

²Este capítulo incluye todos los gastos no contemplados en los conceptos anteriores, por ejemplo: fungibles, viajes, dietas, etc.

RESUMEN DE COSTES	
Descripción	Presupuesto Costes Totales
Personal	15.720
Amortización	2.339,36
Subcontratación de tareas	0
Costes de funcionamiento	690
Costes indirectos y beneficio	3749,87
	Total 22.499,23 €
	IVA (18%) 4.049,86 €

El presupuesto total de este proyecto asciende a la cantidad de **26.549,09 €**

Leganés, 15 de Junio de 2012

El ingeniero proyectista

Fdo. Fernando Gasca Piernas







CAPÍTULO 7

BIBLIOGRAFIA

7.1.- LIBROS Y PUBLICACIONES

- [1] Lopez Pita, Andrés. *Infraestructuras Ferroviarias*. Ediciones UPC, 2006.
- [2] Zienkiewicz, O. C.: *The finite element method*. Editorial Butterworth, 2000.
- [3] Martín Escacena M., Fuentes Rojas M., Pérez Carrasco M. *Análisis de un conjunto ferroviario con Pro/ENGINEER*. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2011.
- [4] Moreno Morales, M^a Belen. *Variabilidad en el crecimiento de grietas por fatiga bajo cargas aleatorias*. Tesis Doctoral, Universidad de Málaga. Málaga 2002
- [5] Marco Esteban, Eva. *Análisis a fatiga de un eje ferroviario mediante el programa Pro/ENGINEER*. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés 2010.
- [6] Sánchez Muñoz, Miguel. *Análisis a fatiga de un eje ferroviario mediante el código Pro/ENGINEER*. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2011
- [7] Argüelles Iñiguez, Antonio. *Análisis modal de un eje ferroviario mediante el programa Pro/ENGINEER*. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2012
- [8] Documentación de la asignatura *Ferrocarriles*. (Ingeniería Industrial, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés). Curso 2009/2010.
- [9] Documentación de la asignatura *Diseño de Máquinas*. (Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés) Curso 2009/2010.
- [10] Documentación de la asignatura **Mecánica Industrial** (Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés) Curso 2007/2008.
- [11] Documentación de la asignatura *Tecnología de máquinas* (Ingeniería Industrial, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés) Curso 2009/2010
- [12] Norma UNE-EN 13103:2010+A1:2011. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogíes. Ejes portadores. Método de diseño*. Septiembre 2011.
- [13] Norma UNE-EN 13260:2010. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados. Requisitos de producto*. Febrero 2010.



- [14] Norma UNE-EN 13261:2009 *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogíes. Ejes. Requisitos de producto*. Diciembre 2009
- [15] *D 6.1 Development of compensated resonance inspection prototype for wheel sets*. Project title: “Wheel set integrated design and effective maintenance”.(WIDEM) Junio 2008

7.2 DOCUMENTOS ELECTRÓNICOS

- [16] [http:// www.ine.es](http://www.ine.es) (última visita Febrero 2012)
- [17] [http:// www.vialibre-ffe.com](http://www.vialibre-ffe.com) (última visita Febrero 2012).
- [18] [http:// www.todotrenes.com](http://www.todotrenes.com) (última visita Febrero 2012).
- [19] http://es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_los_ferrocarriles_espa%C3%B1oles
(Última visita Febrero 2012)
- [20] <http://www.ptc.com/support> (última visita Febrero 2012)
- [21] <http://www.vibrantndt.co.uk/pcrt-technology.htm> (última visita Febrero 2012)
- [22] <http://www.europapress.es/internacional/noticia-explosion-tren-viareggio>
(Última visita Febrero 2012)





ANEXOS



ANEXO A

PLANO DEL EJE FERROVIARIO



ANEXO B

REPORTE ANALISIS CON CAMBIO DE MALLA

ANEXO B

Ensayos realizados en el caso de cambio de malla

Caso 1:

569 tetraedros

Análisis estático: (15 min)

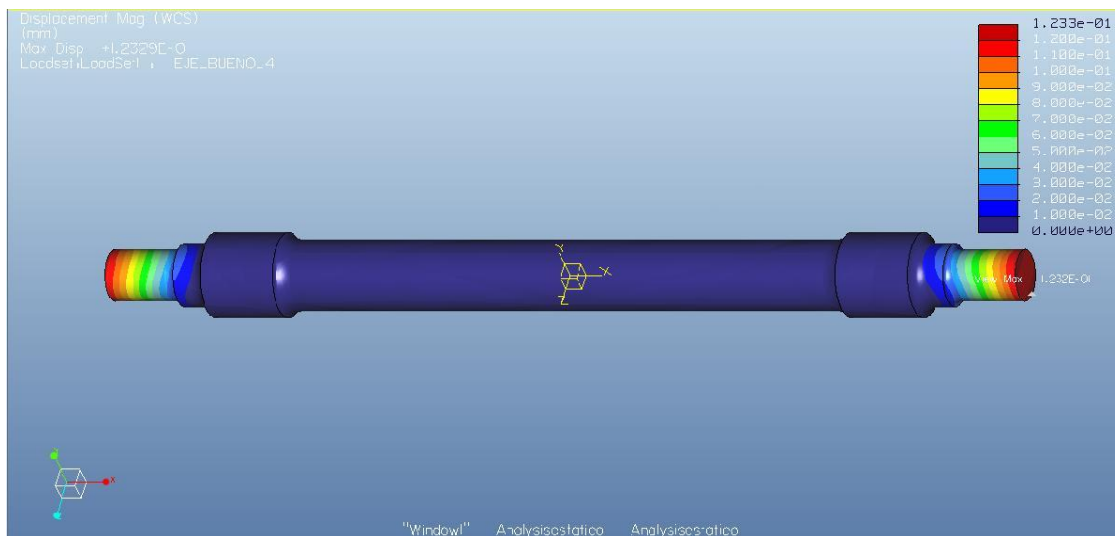


Figura B.1: Maximo desplazamiento del eje

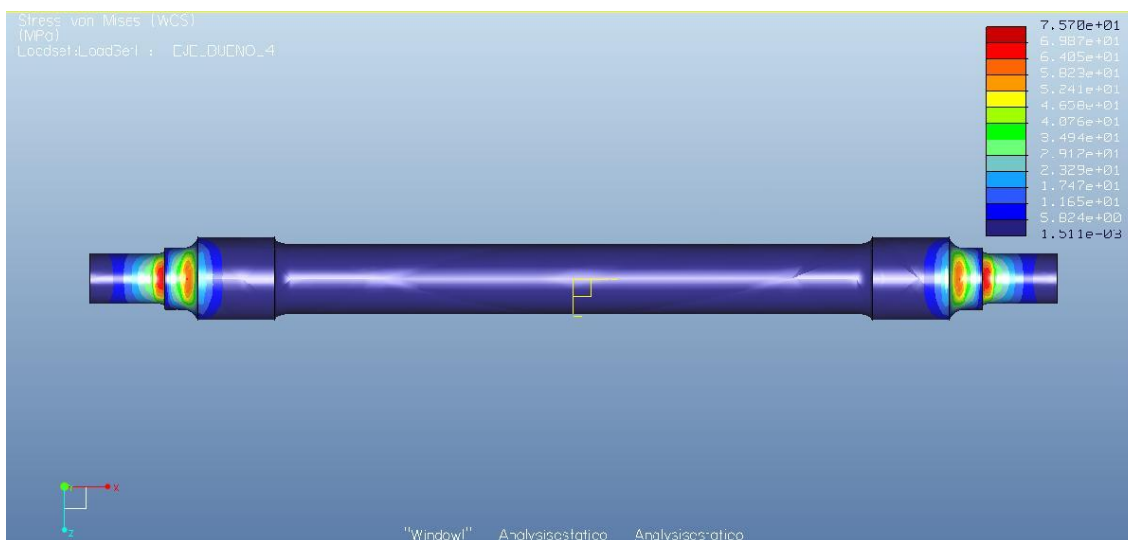


Figura B.2: Vista general estrés del eje

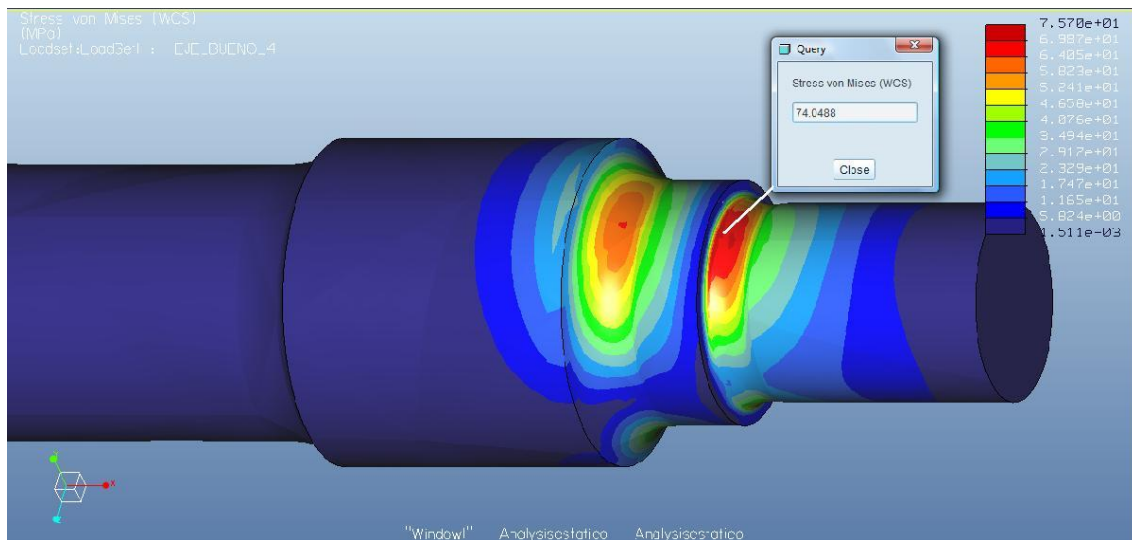


Figura B.3: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1:(35 minutos)

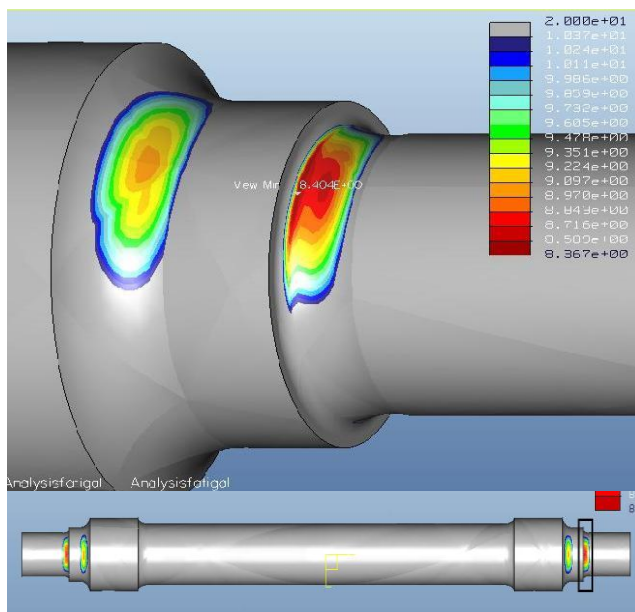


Figura B.4: Vida a fatiga: $N=10e8.40$ ciclos.

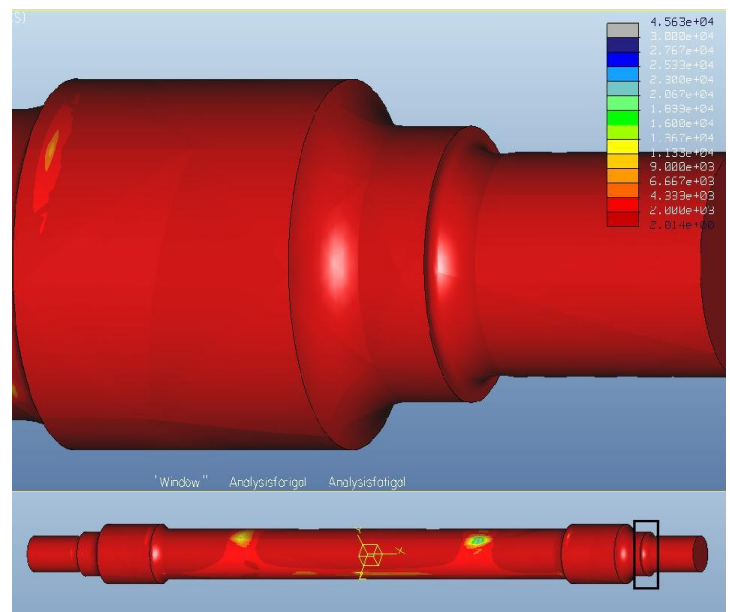


Figura B.5: Factor de seguridad: $n=2.05$

Seccion 2: (37 min)

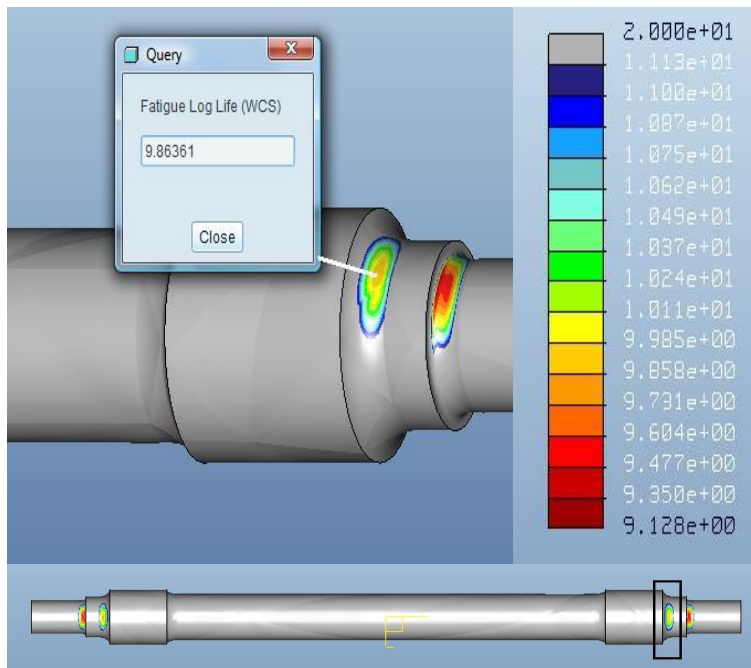


Figura B.6: Vida a fatiga: $N=10e9.15$ ciclos

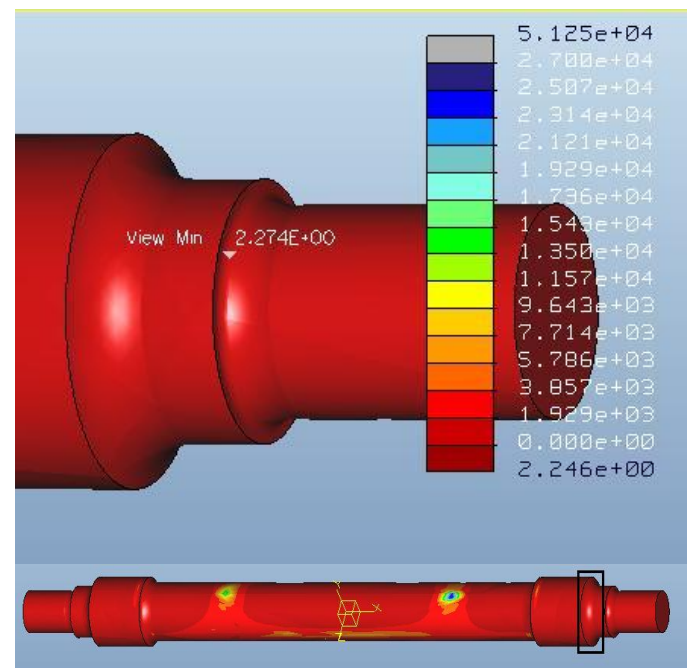


Figura B.7: Factor de seguridad: $n=2.27$

Seccion 3: (40 min)

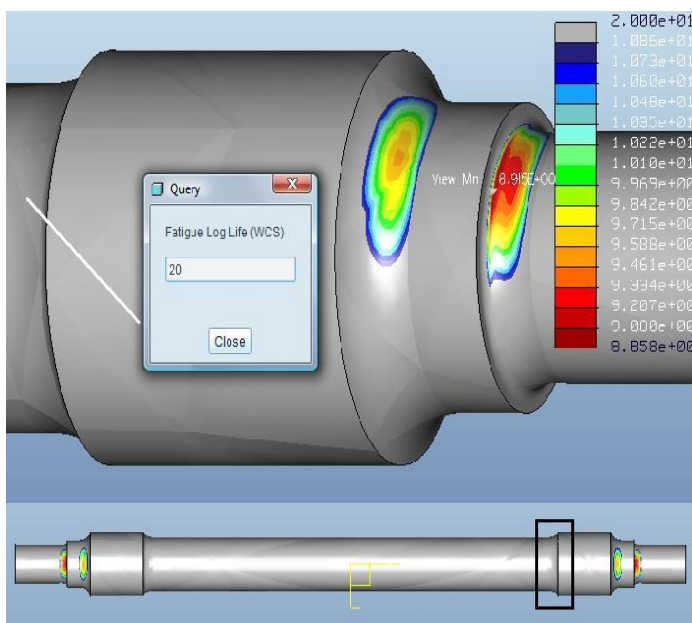


Figura B.8: Vida a fatiga: $N=10e8.91$ ciclos.

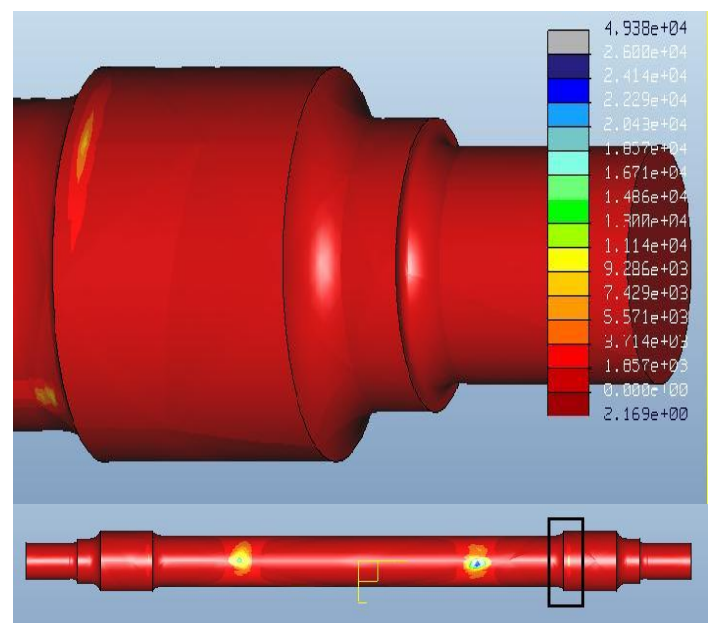


Figura B.9: Factor de seguridad: $n=2.17$

Caso 2.

1030 tetraedros

Análisis estático: (9 min)

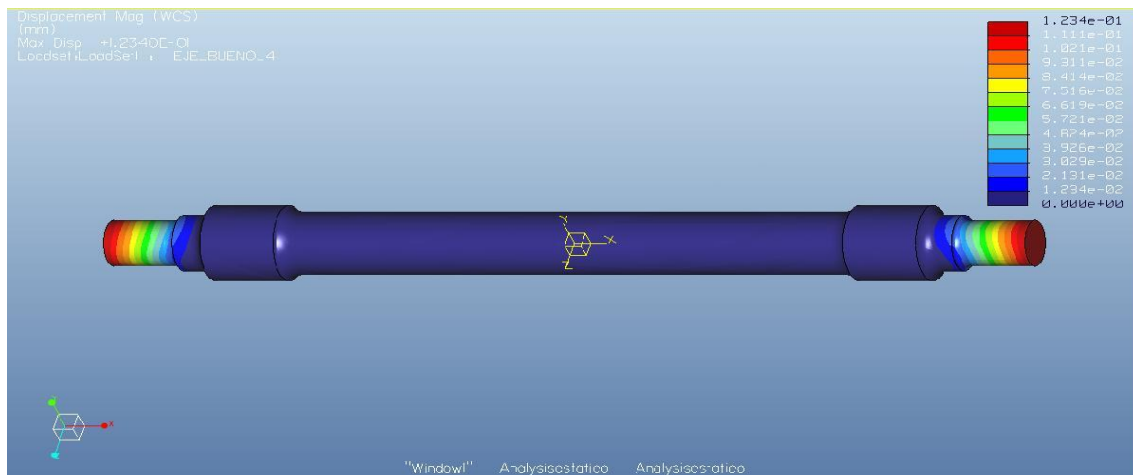


Figura B.10: Maximo desplazamiento del eje

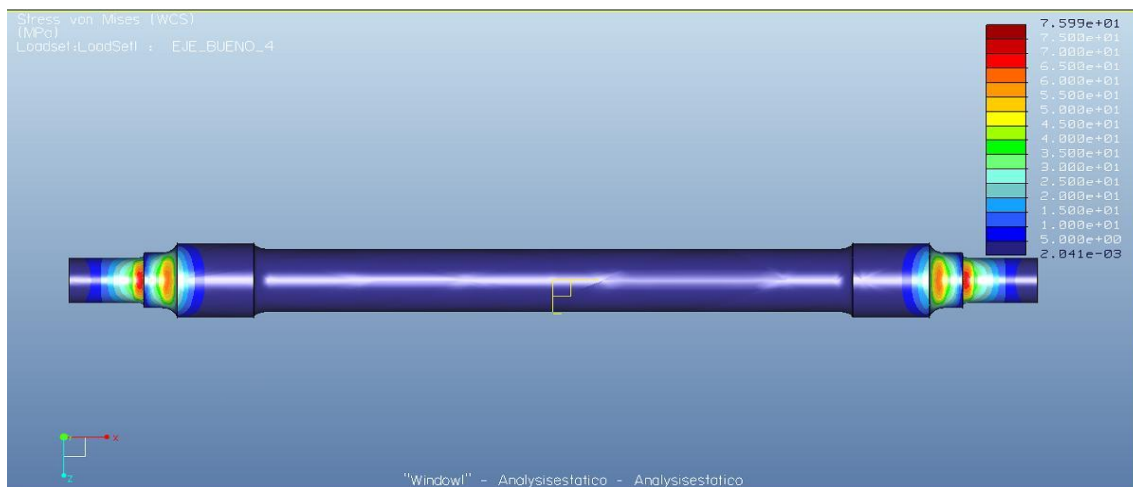


Figura B.11: Vista general estrés del eje

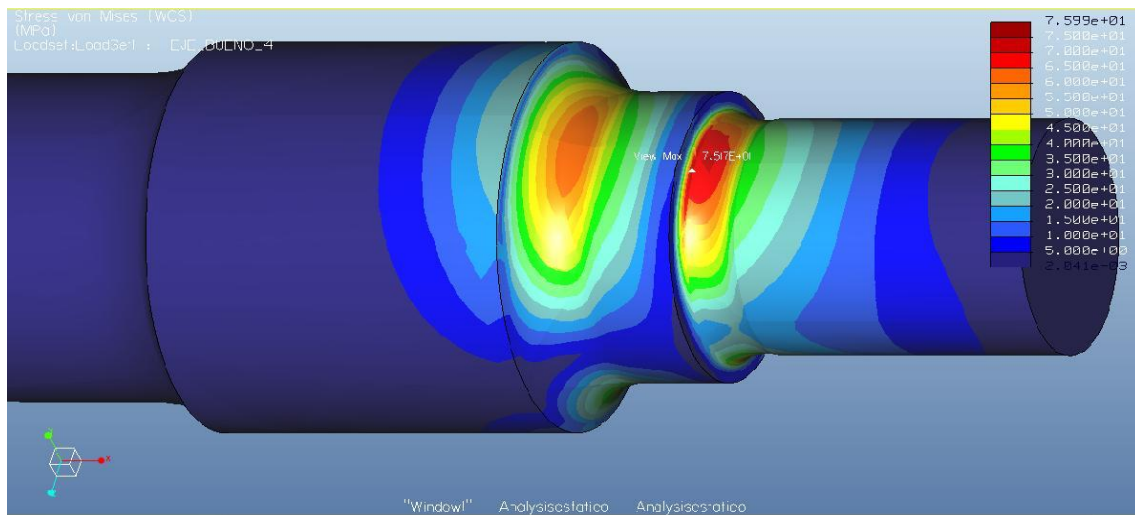


Figura B.12: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1:(50 minutos)

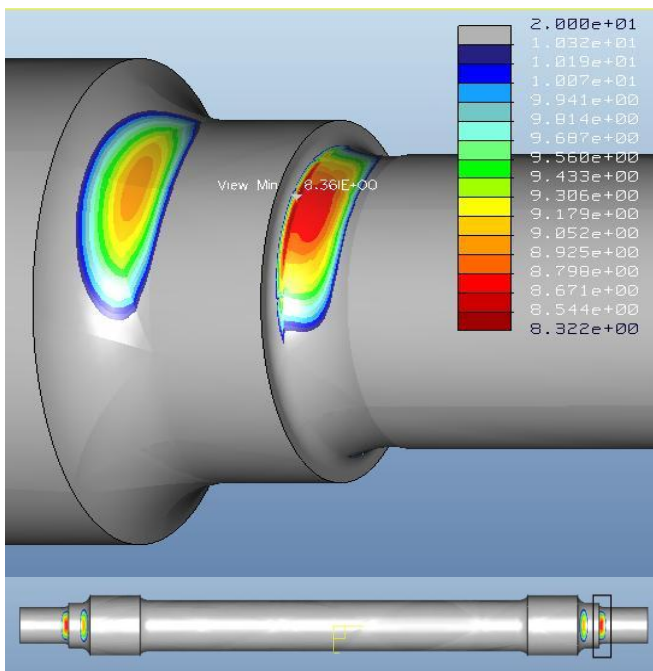


Figura B.13: Vida a fatiga: $N=10e8.36$ ciclos.

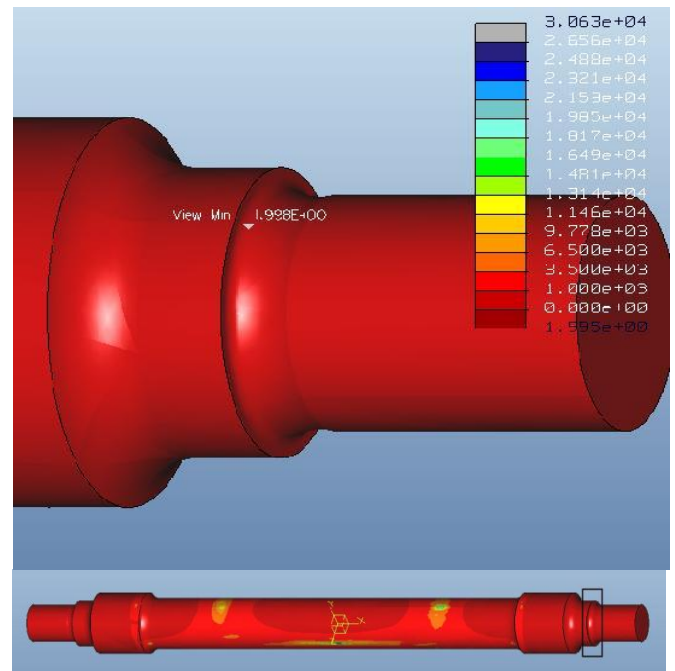


Figura B.14: Factor de seguridad: $n=1.99$

Seccion 2: (55min)

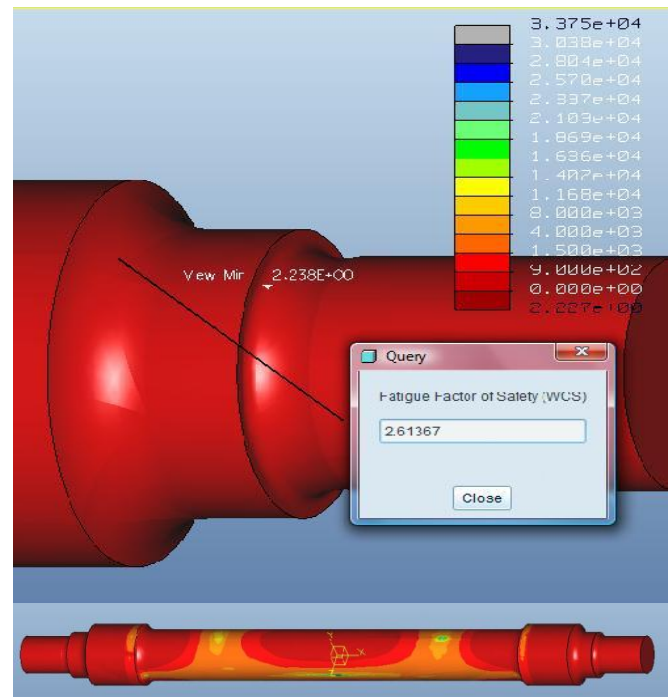
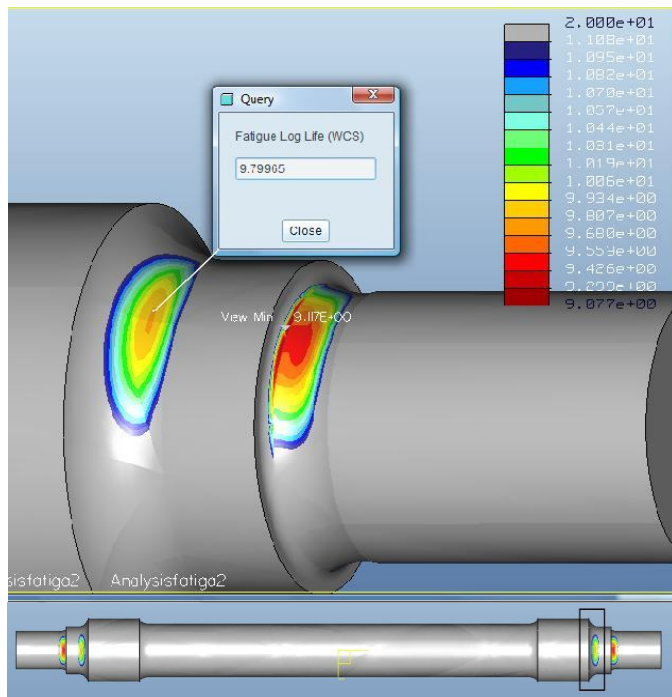


Figura B.15: Vida a fatiga: $N=10e9.11$ ciclos. Figura B.16: Factor de seguridad: $n=2.23$

Seccion 3: (56 min)

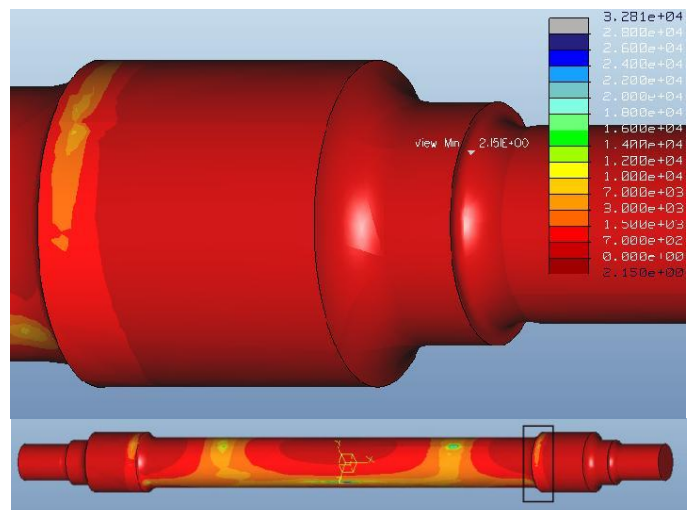
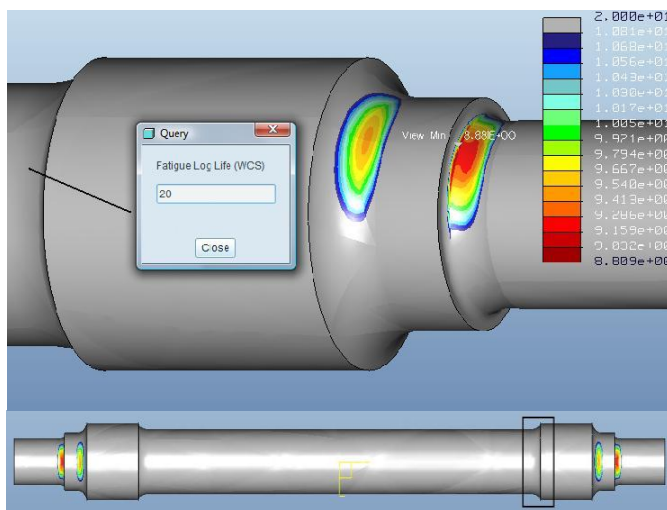


Figura B.17: Vida a fatiga: $N=10e8.88$ ciclos. Figura B.18: Factor de seguridad: $n=2.15$

Caso 3.

6950 tetraedros

Análisis estático: (98 min)

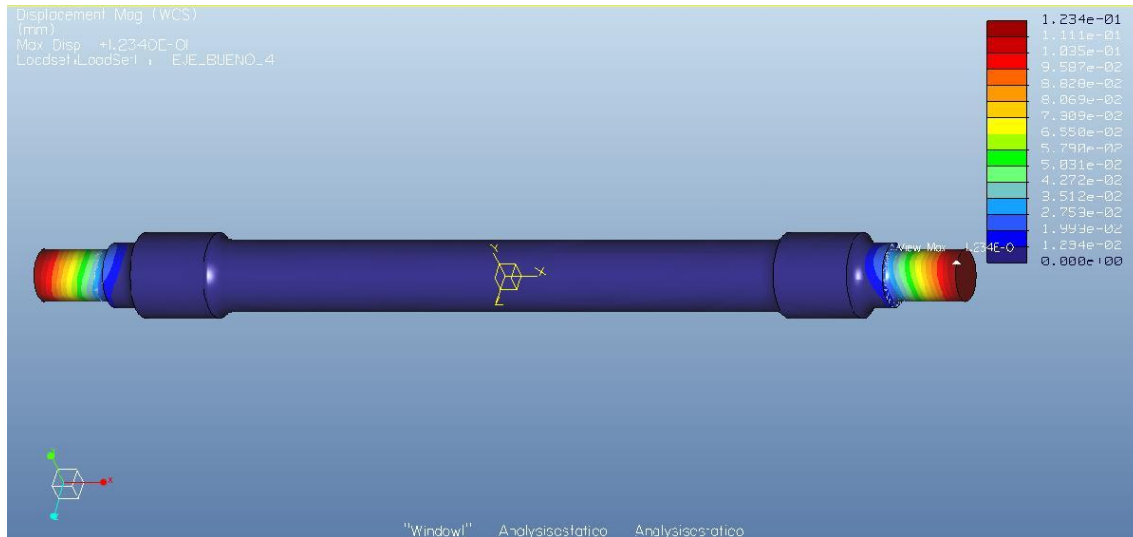


Figura B.19: Maximo desplazamiento del eje

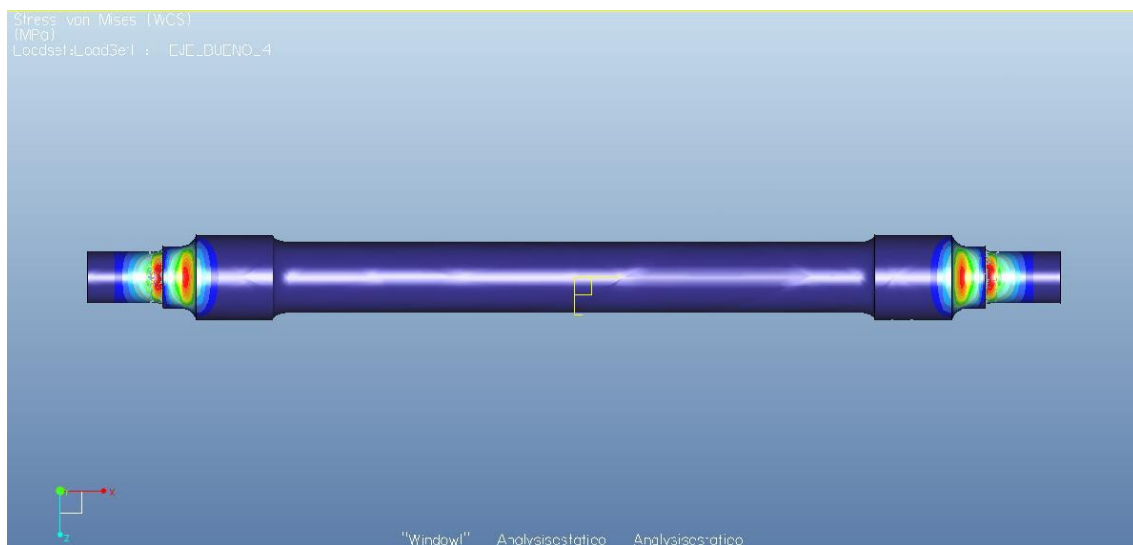


Figura B.20: Vista general estrés del eje

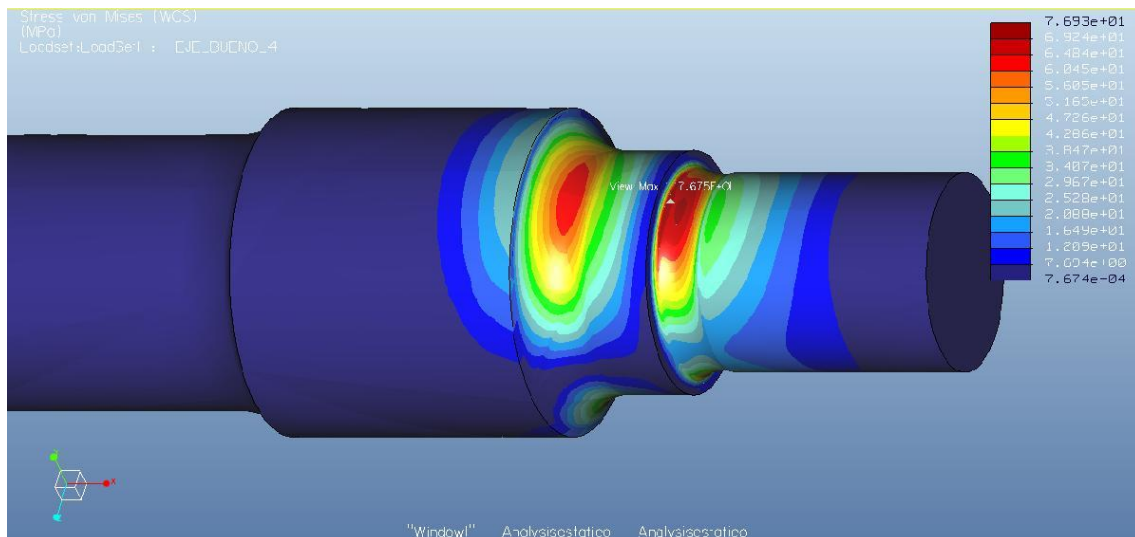


Figura B.21: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1:(170 minutos)

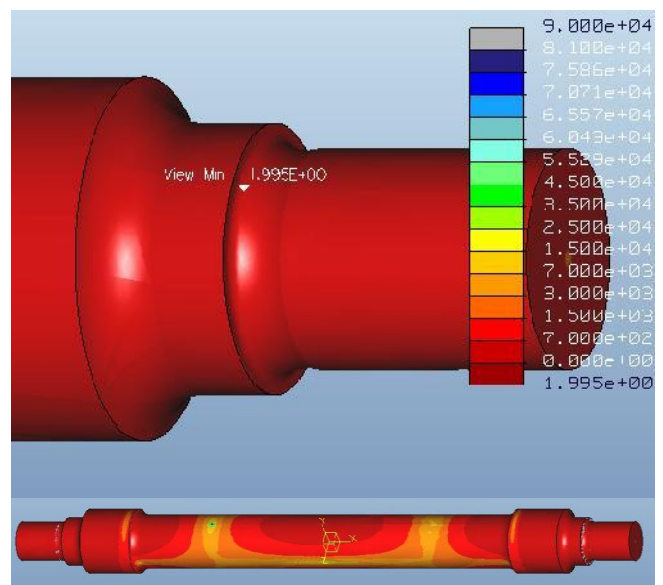
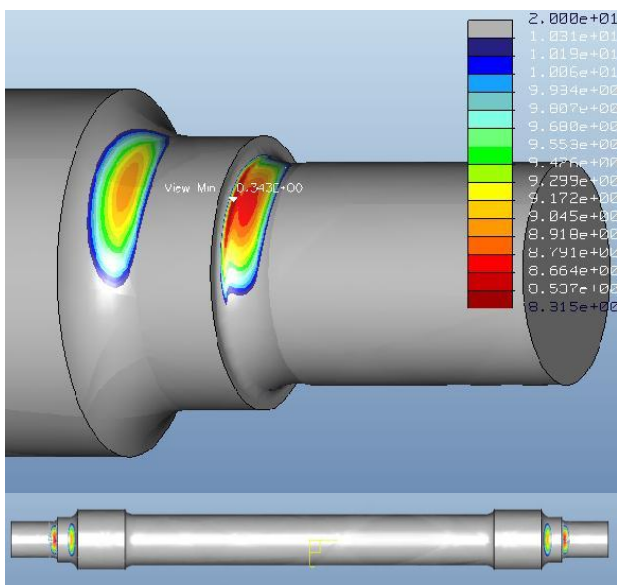


Figura B.22: Vida a fatiga: $N=10e8.34$ ciclos. Figura B.23: Factor de seguridad: $n=1.99$

Seccion 2: (210 min)

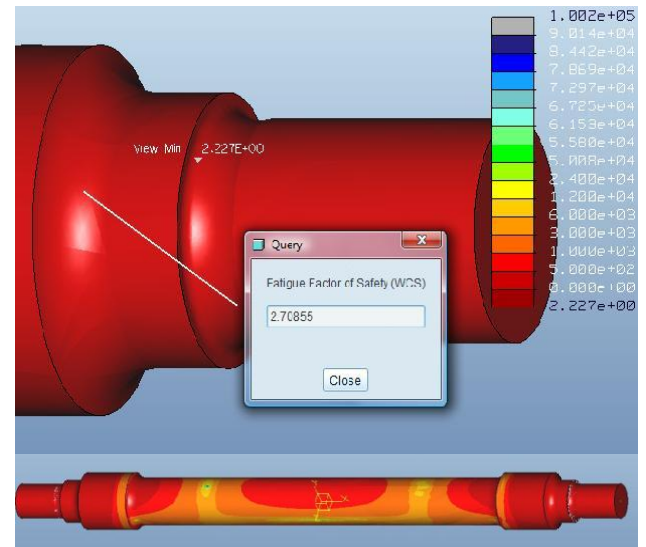
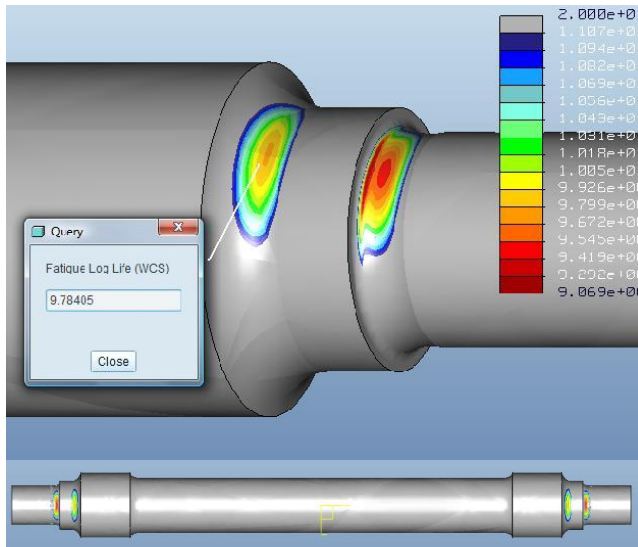


Figura B.24: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 9.09$ ciclos. Figura B.25: Factor de seguridad: $n=2.22$

Seccion 3: (185 min)

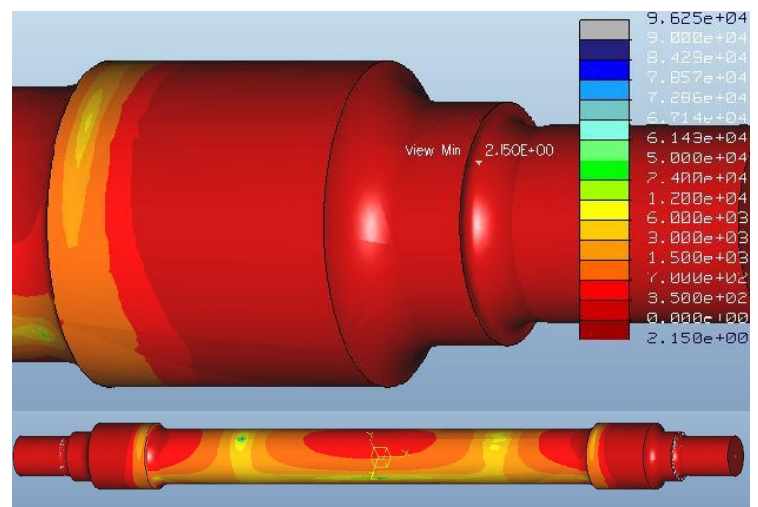
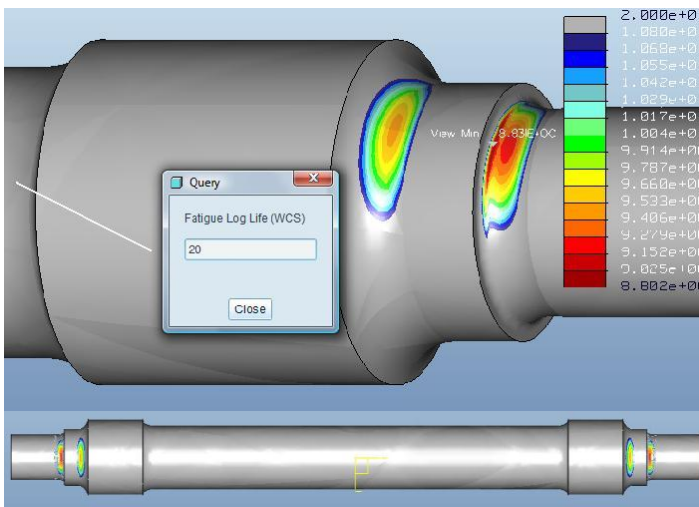


Figura B.26: Vida a fatiga: $N=10^8 \cdot 8.83$ ciclos. Figura B.27: Factor de seguridad: $n=2.15$

Caso 4:

12222 tetraedros

Análisis estático: (12 min)

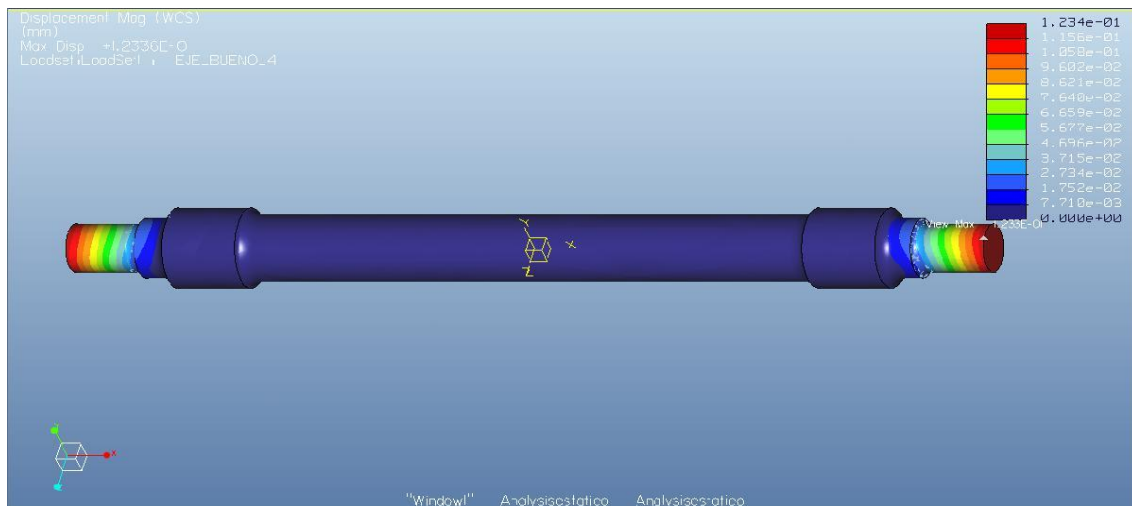


Figura B.28: Maximo desplazamiento del eje

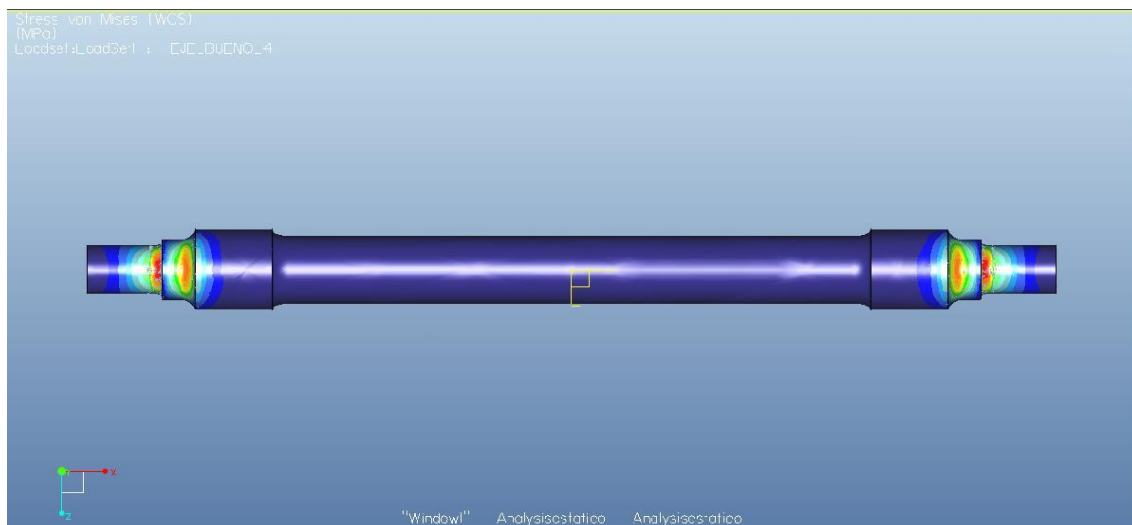


Figura B.29: Vista general estrés del eje

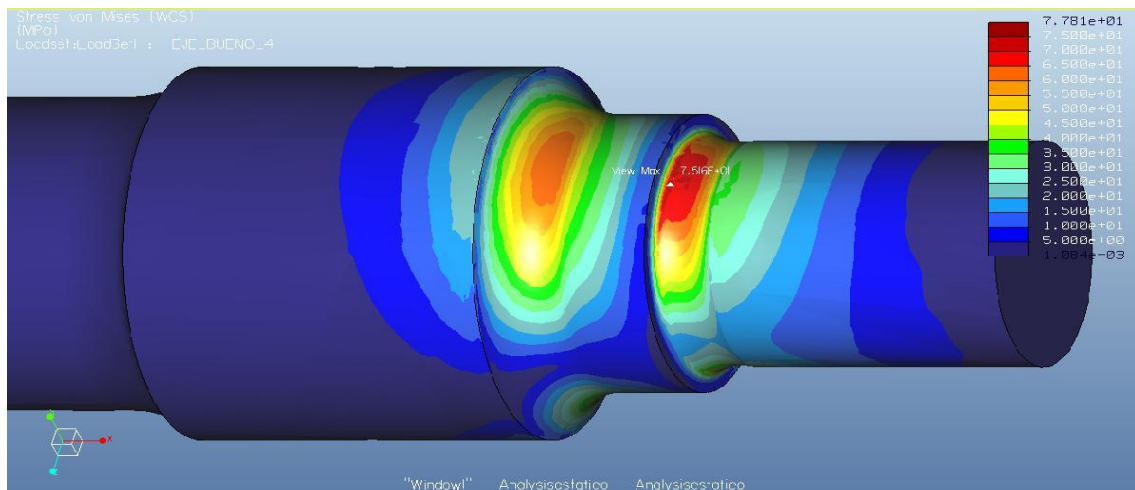


Figura B.30: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1: (5h 9min)

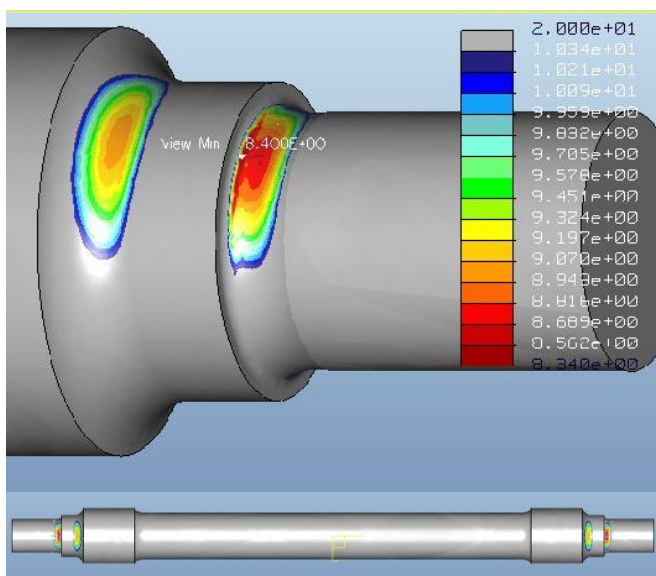


Figura B.31: Vida a fatiga: $N=10e8.40$ ciclos.

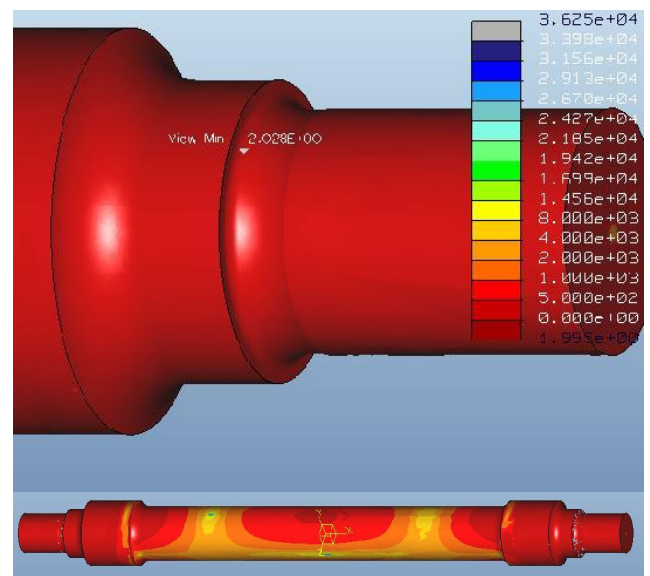


Figura B.32: Factor de seguridad: $n=2.28$

Seccion 2: (5h 16 min)

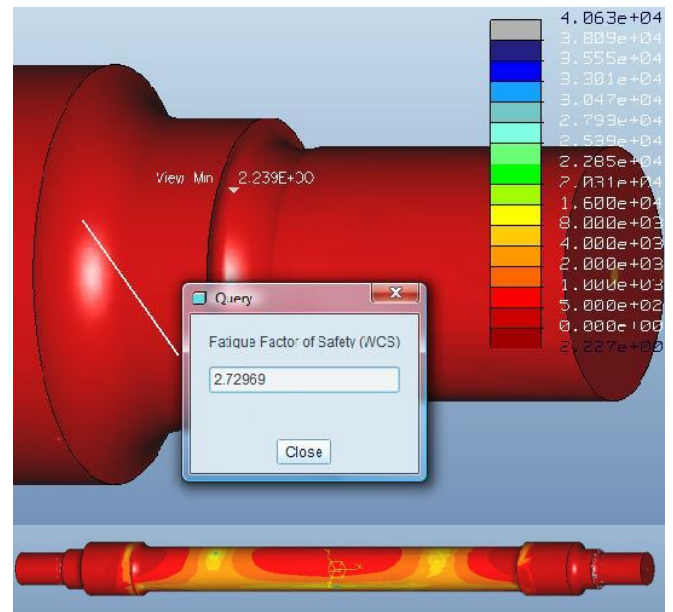
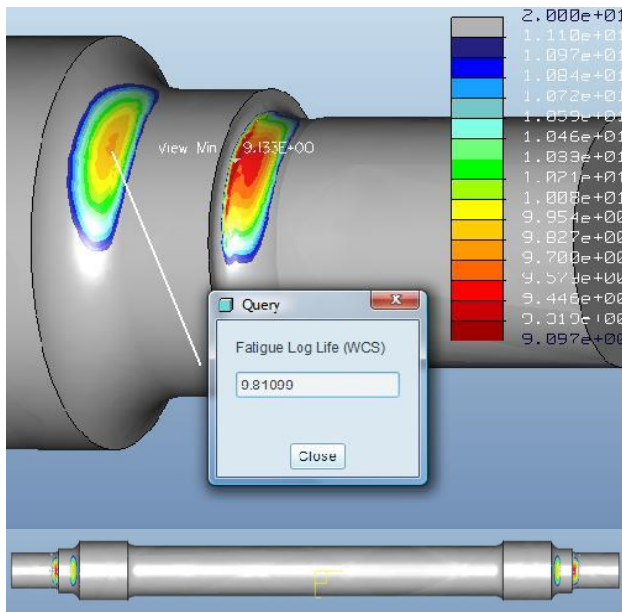


Figura B.33: Vida a fatiga: $N=10e9.13$ ciclos. Figura B.34: Factor de seguridad: $n=2.23$

Seccion 3: (5h 12 min)

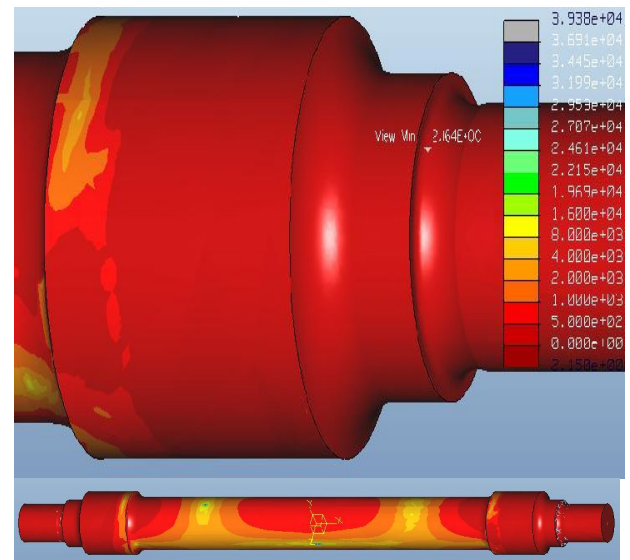
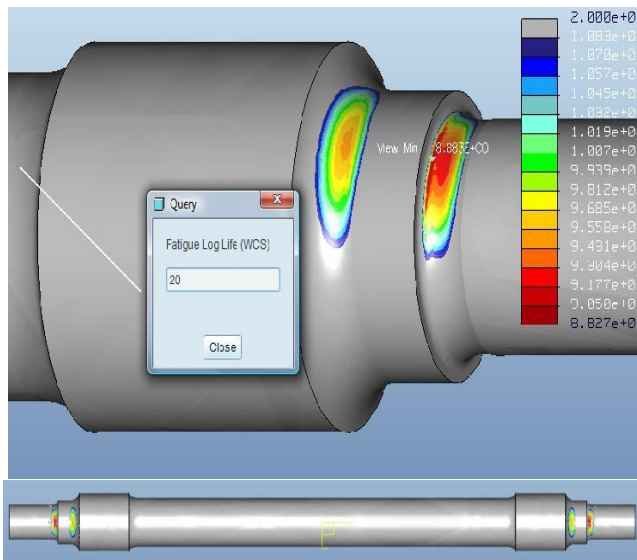


Figura B.35: Vida a fatiga: $N=10e8.88$ ciclos. Figura B.36: Factor de seguridad: $n=2.16$

Caso 5

31432 tetraedros

Análisis estático: (39 min)



Figura B.37: Maximo desplazamiento del eje

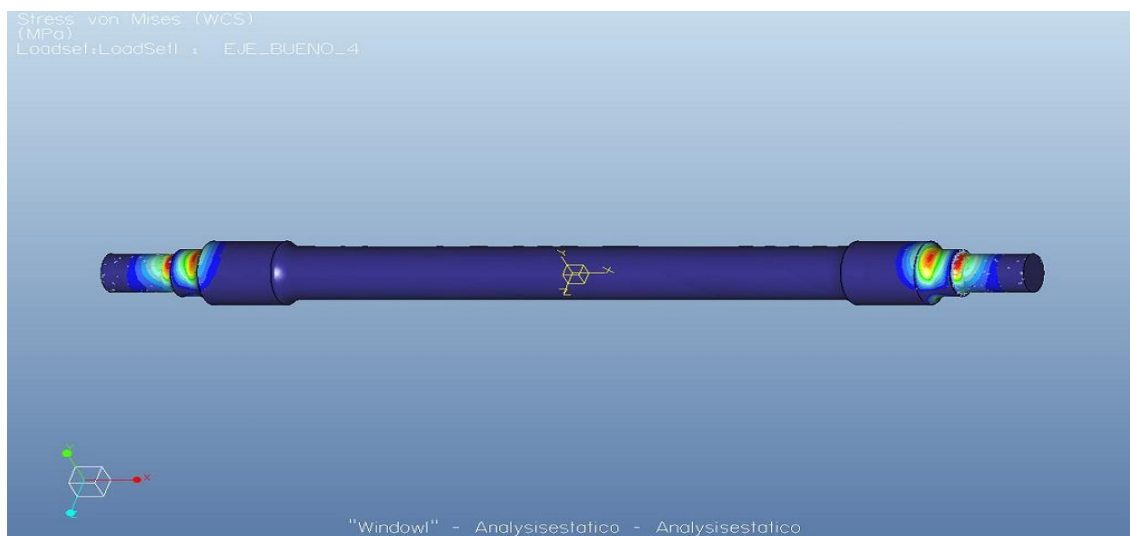


Figura B.38: Vista general estrés del eje

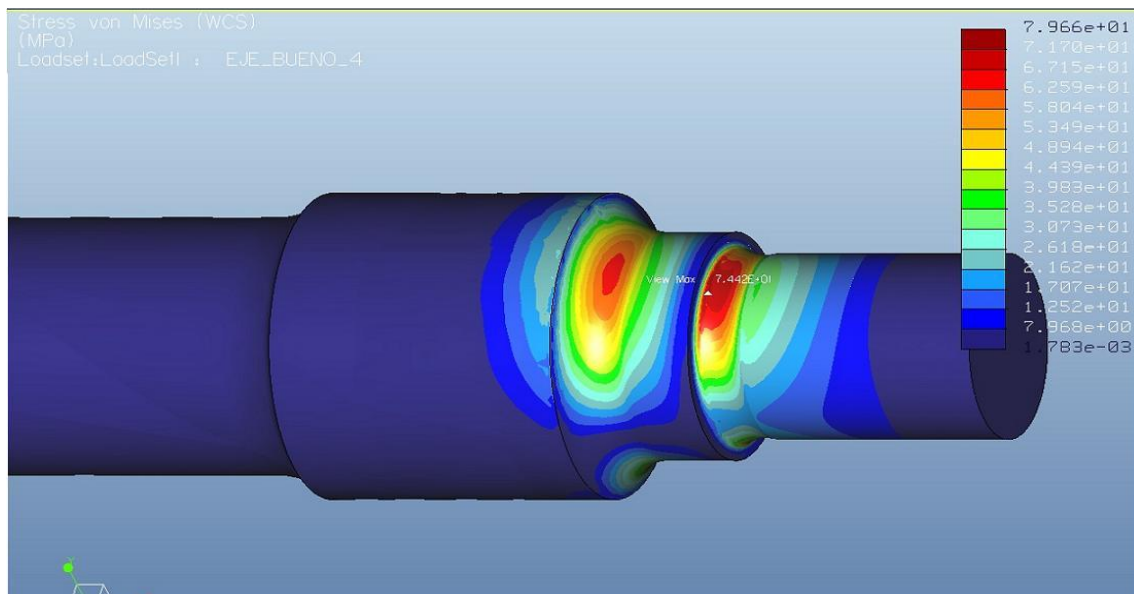


Figura B.39: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1: (9h 45min)

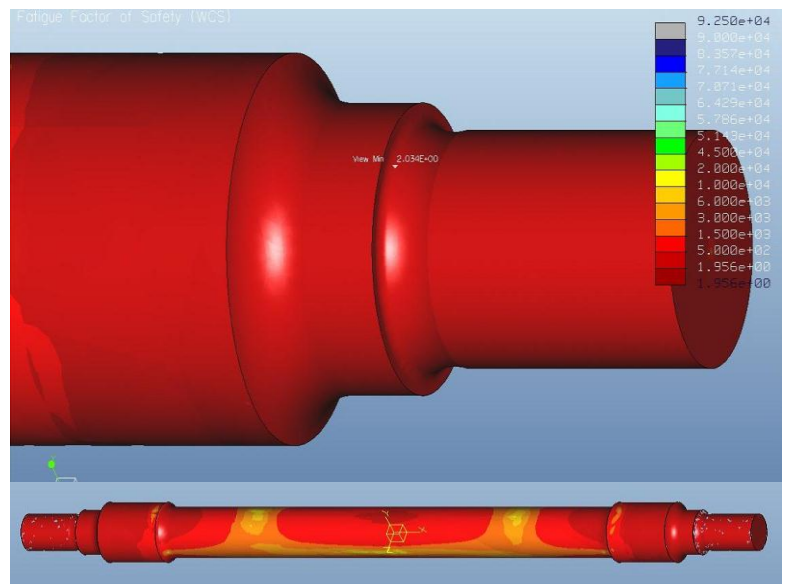
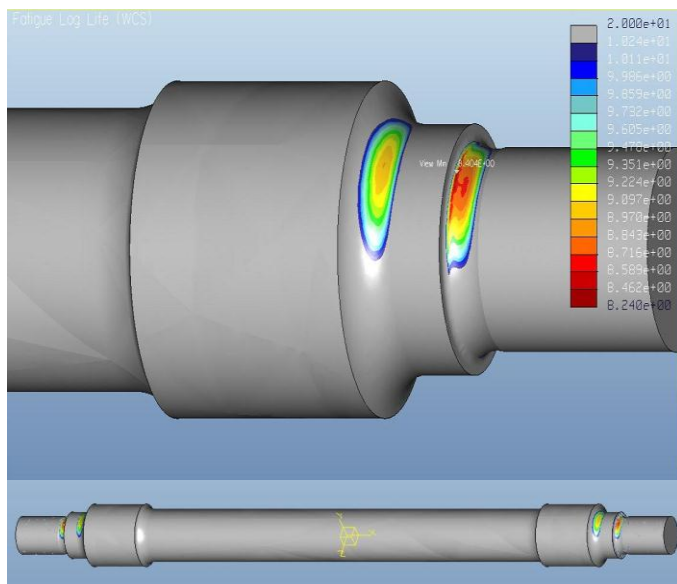


Figura B.40: Vida a fatiga: $N=10^8$ 8.40 ciclos. Figura B.41: Factor de seguridad: $n=2.03$

Seccion 2: (10h 36 min)

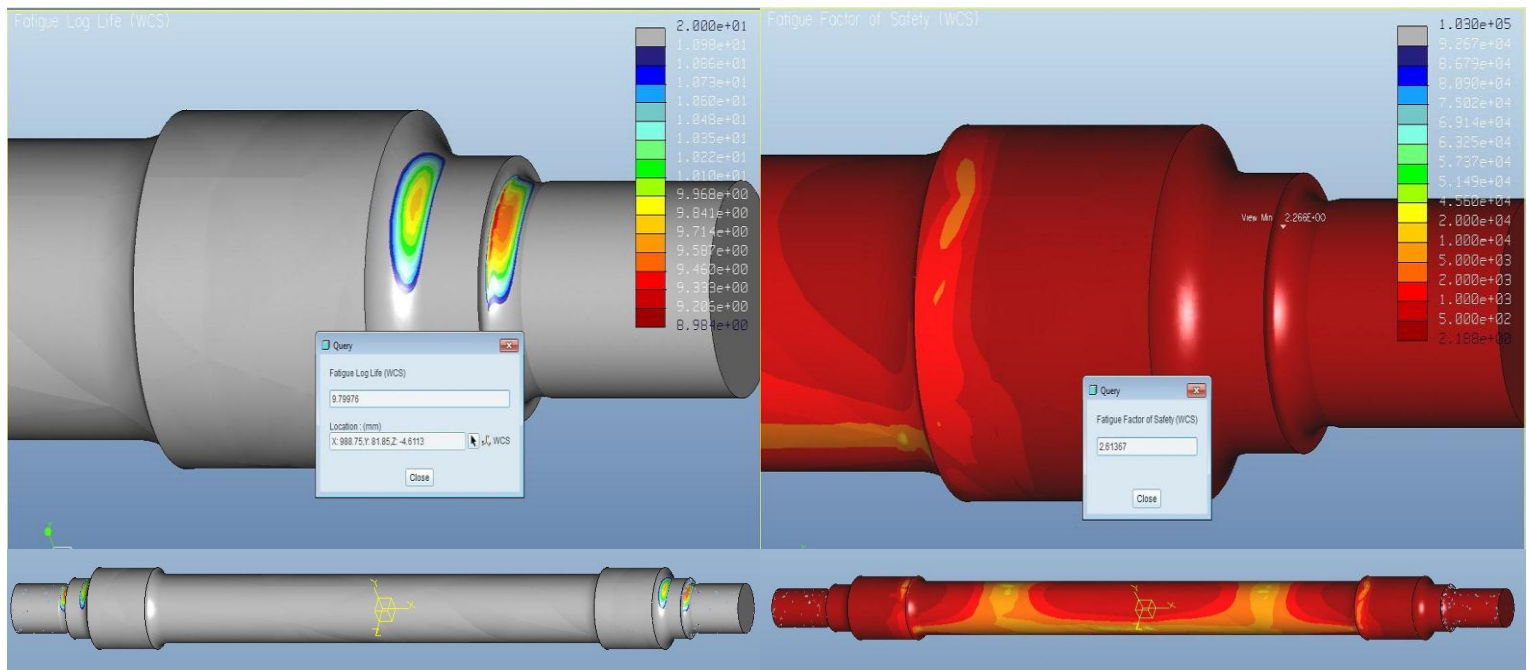


Figura B.42: Vida a fatiga: $N=10e9.18$ ciclos. Figura B.43: Factor de seguridad: $n=2.26$

Seccion 3: (10h 21 min)

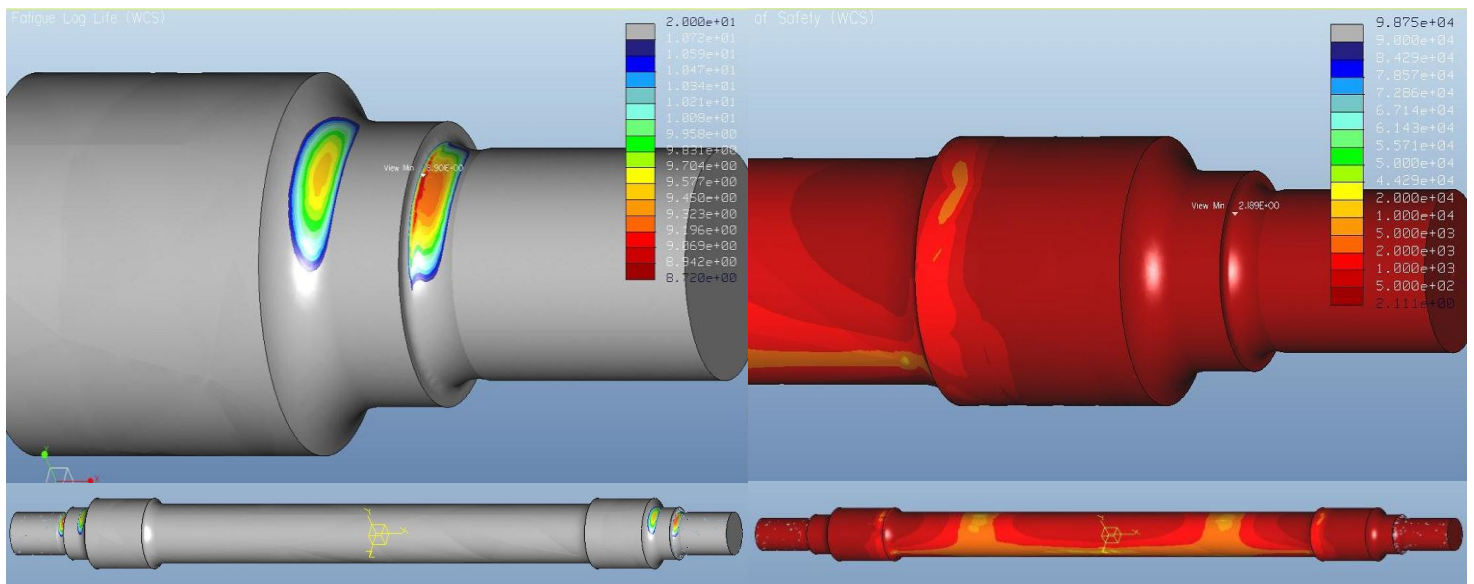


Figura B.44: Vida a fatiga: $N=10e8.90$ ciclos. Figura B.45: Factor de seguridad: $n=2.18$

Caso 5

47393 tetraedros

Análisis estático: (74 min)

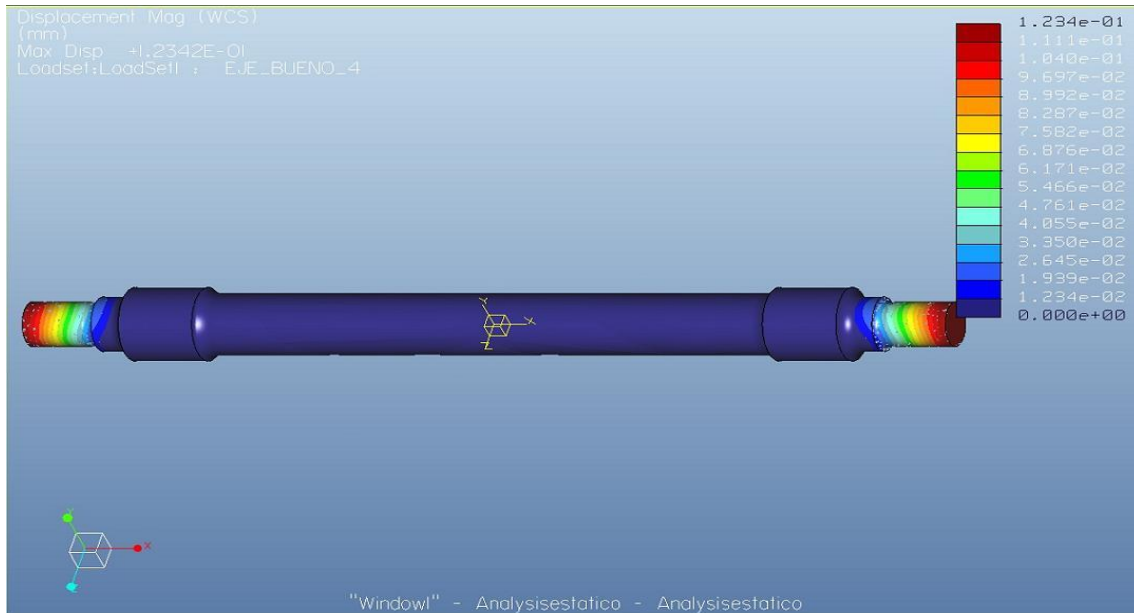


Figura B.46: Maximo desplazamiento del eje



Figura B.47: Vista general estrés del eje

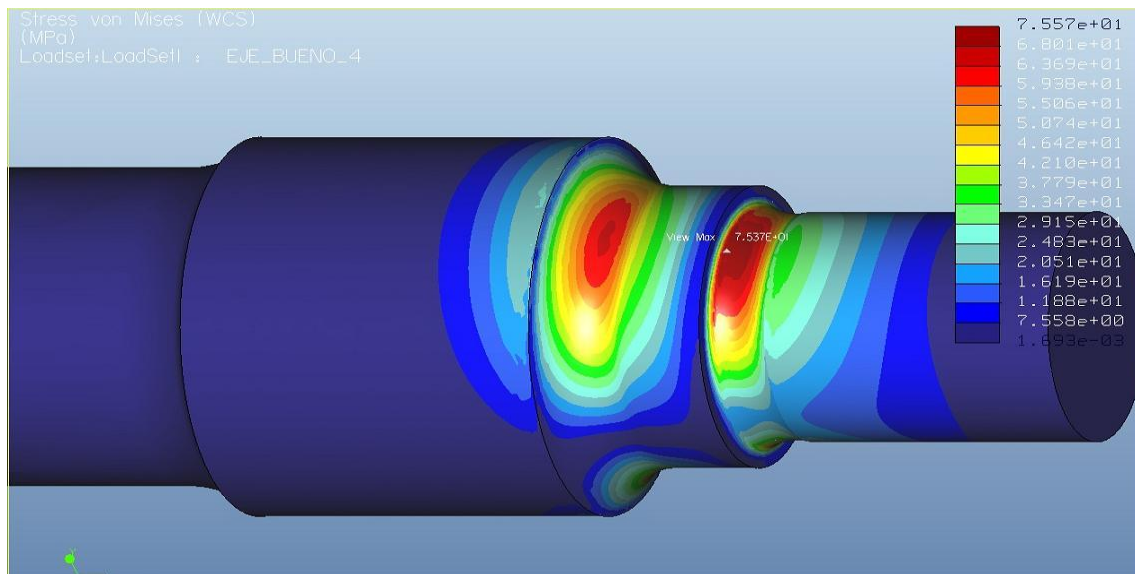
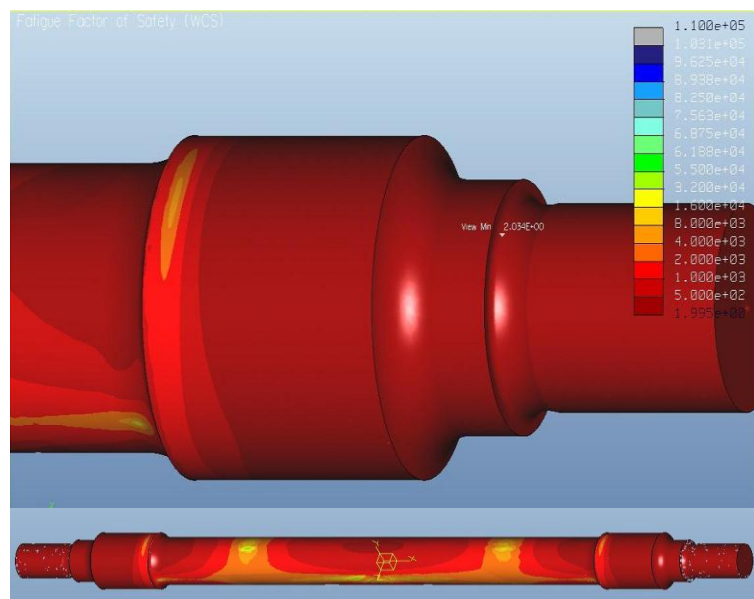
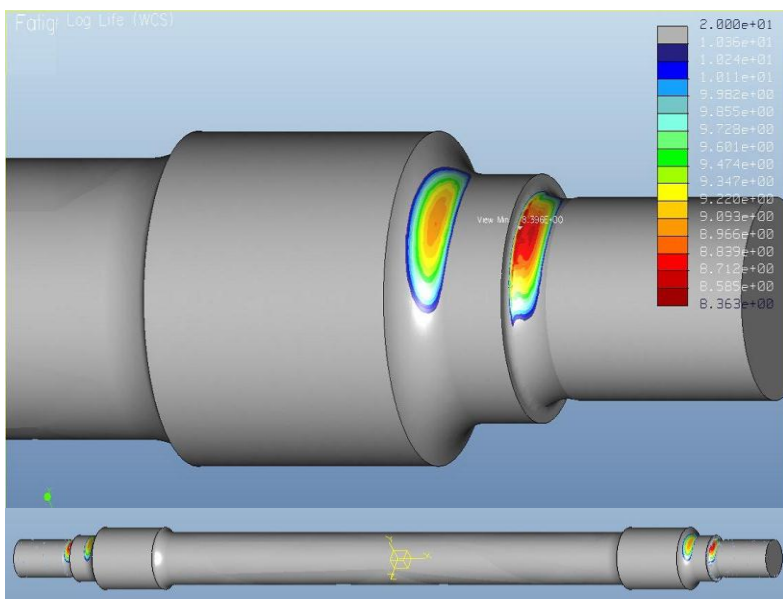


Figura B.48: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1: (13h 49min)



Seccion 2: (13h 59 min)

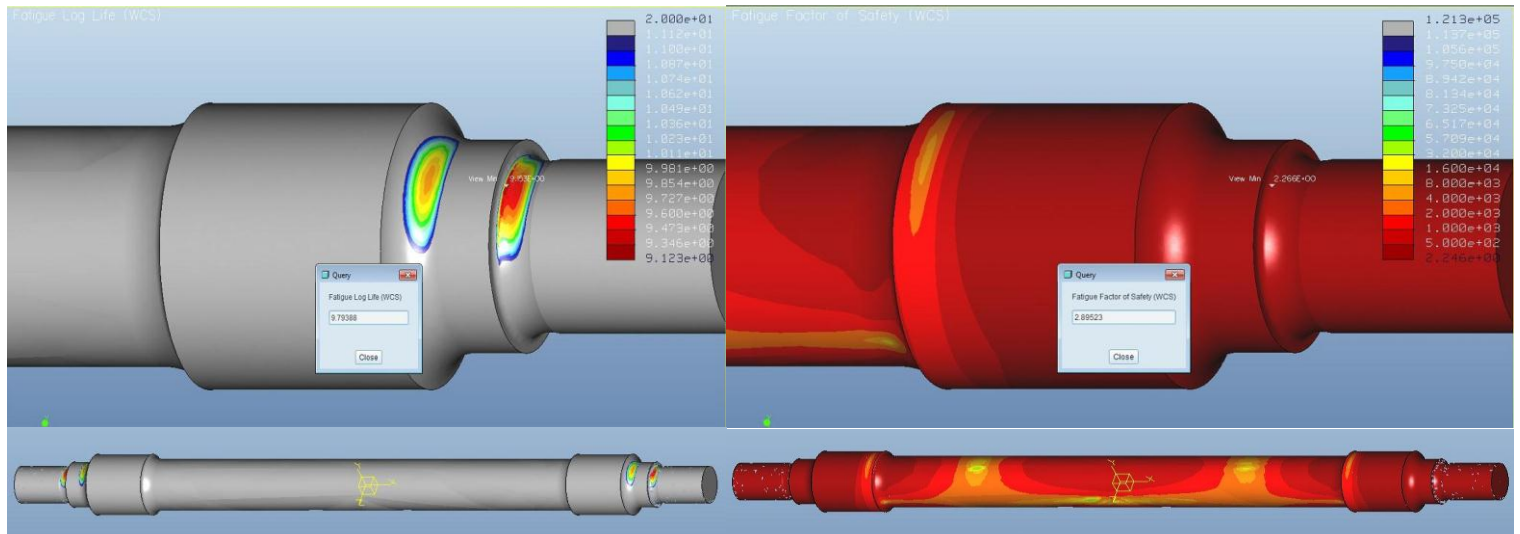


Figura B.51: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 15$ ciclos. Figura B.52: Factor de seguridad: $n=2.26$

Seccion 3: (12h 50 min)

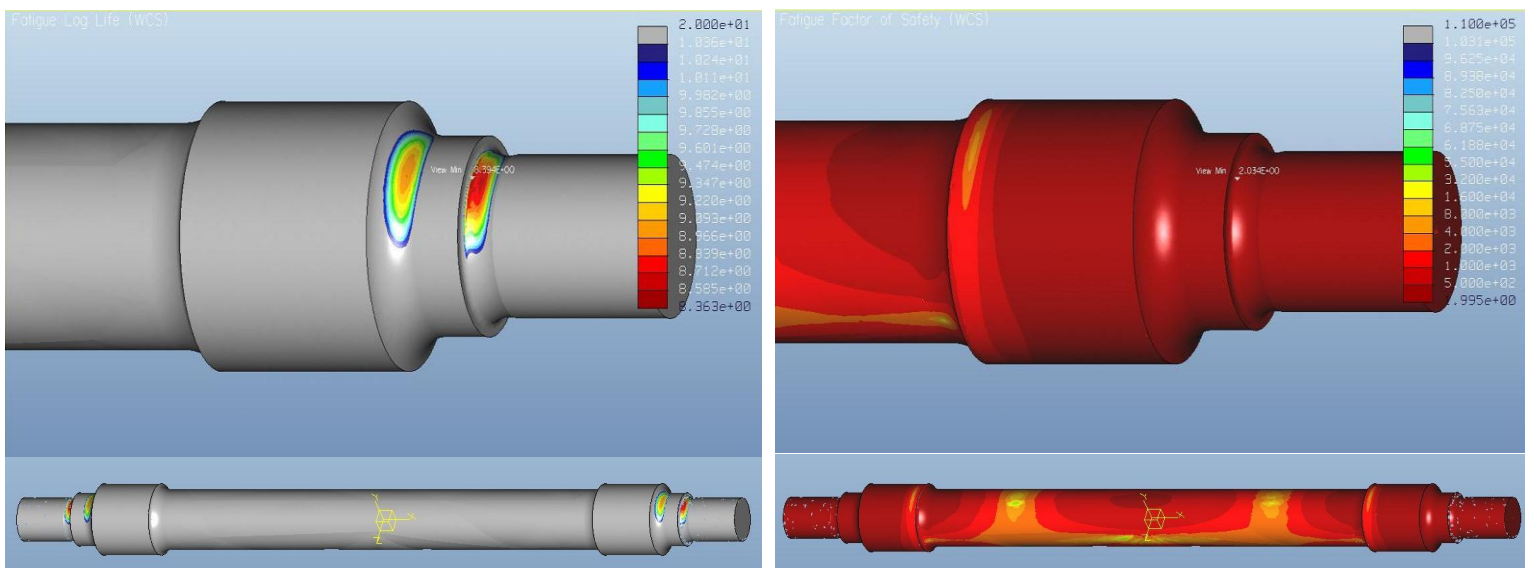


Figura B.53: Vida a fatiga: $N=10^8 \cdot 39$ ciclos. Figura B.54: Factor de seguridad: $n=2.03$

Caso 6

69177 tetraedros

Análisis estático: (83 min)

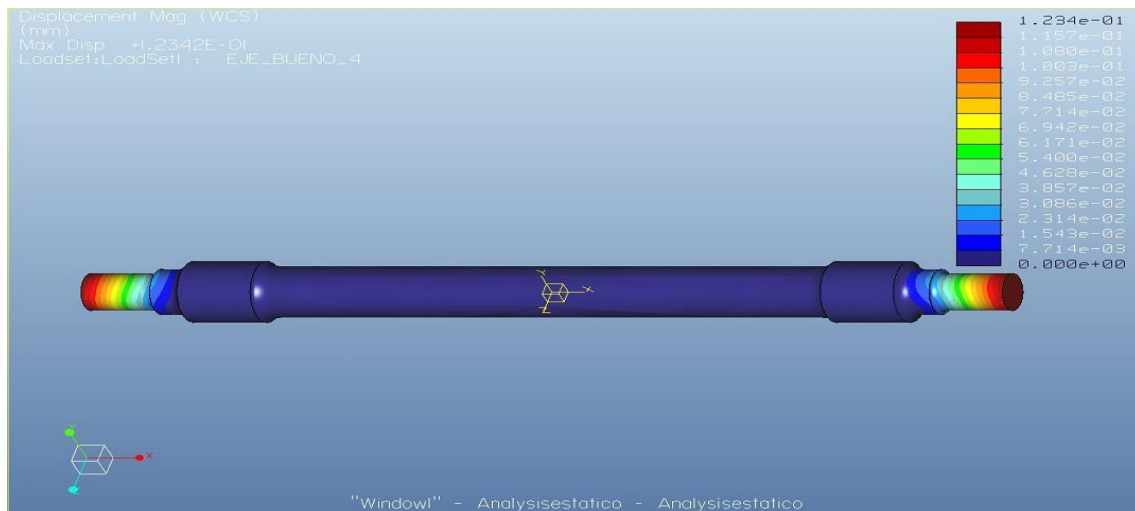


Figura B.55: Maximo desplazamiento del eje

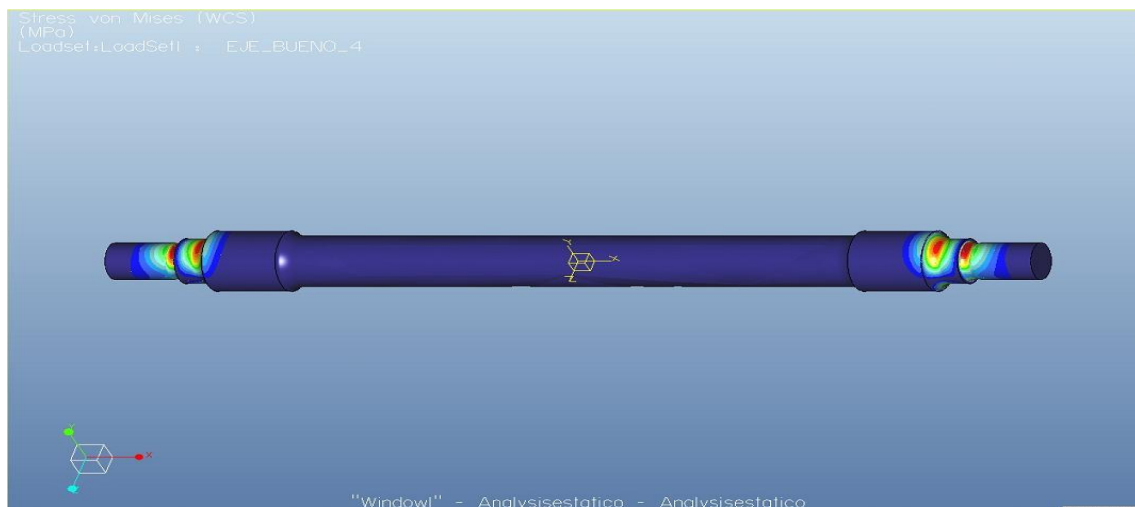


Figura B.56: Vista general estrés del eje

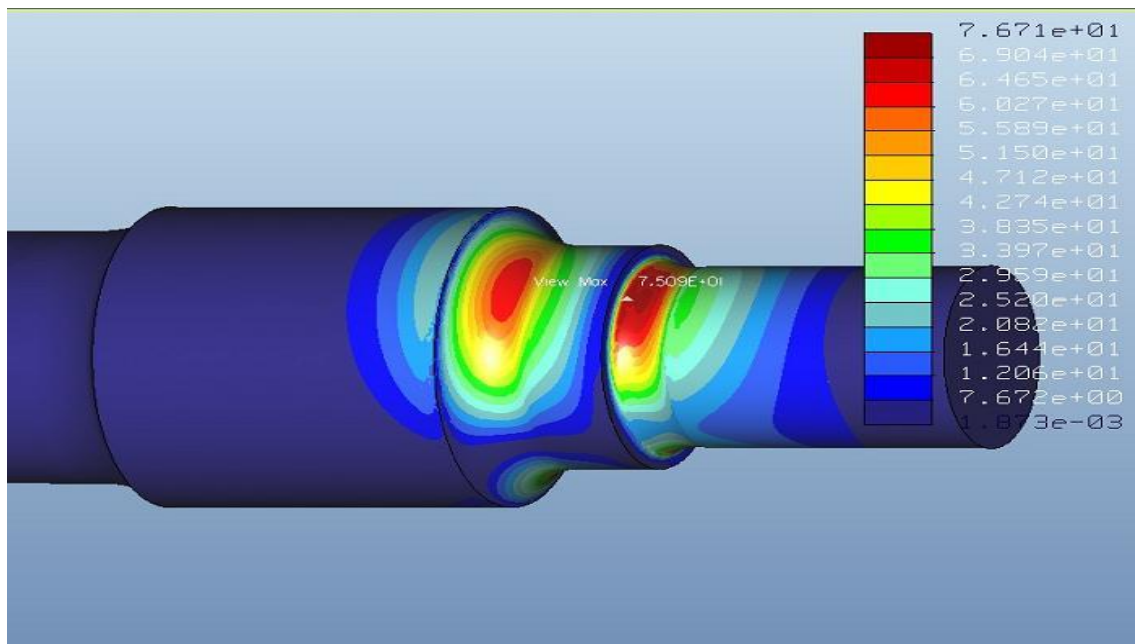


Figura B.57: Vista detallada estrés del eje

Análisis de fatiga:

Seccion 1: (30h)

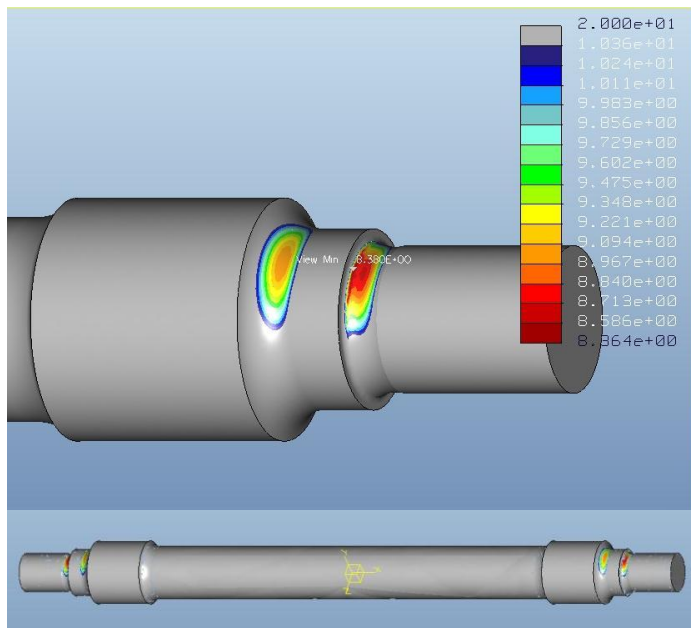


Figura B.58: Vida a fatiga: $N=10e8.38$ ciclos.

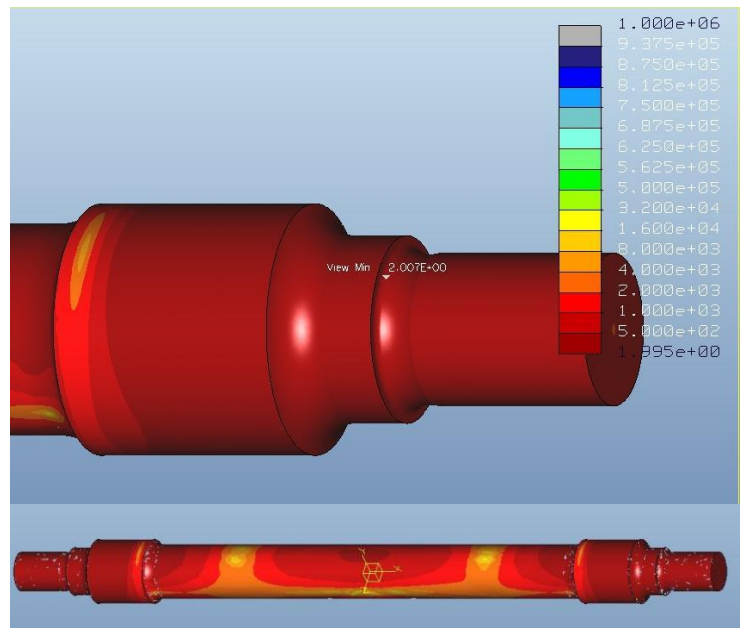


Figura B.59: Factor de seguridad: $n=2$

Seccion 2: (23h 54 min)

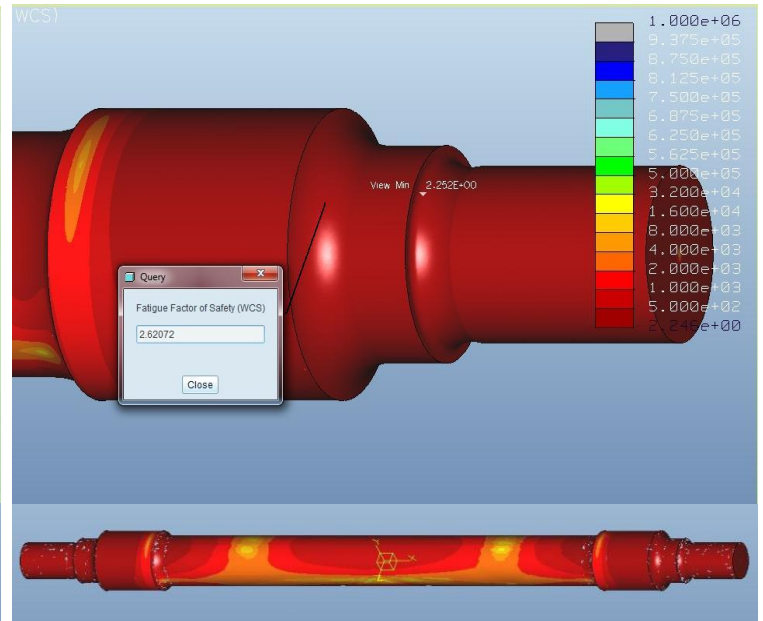
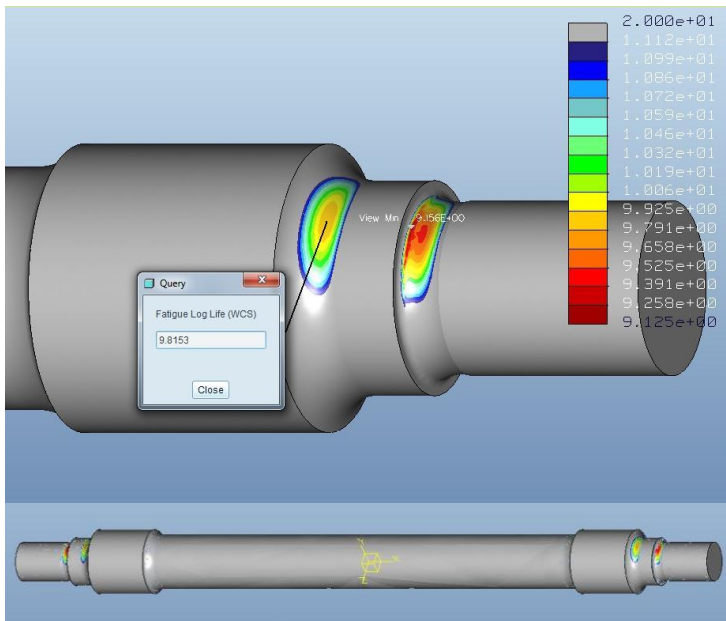


Figura B.60: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 9.14$ ciclos. Figura B.61: Factor de seguridad: $n=2.25$

Seccion 3: (32h 15 min)

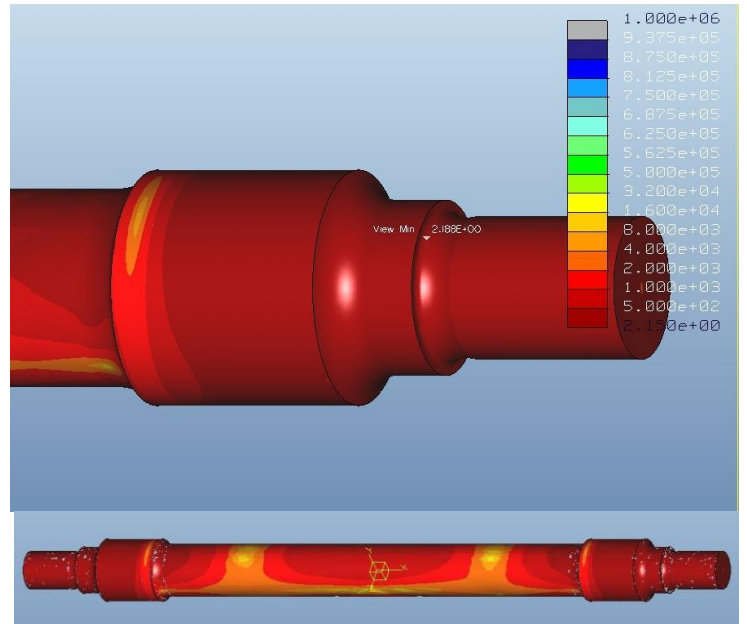
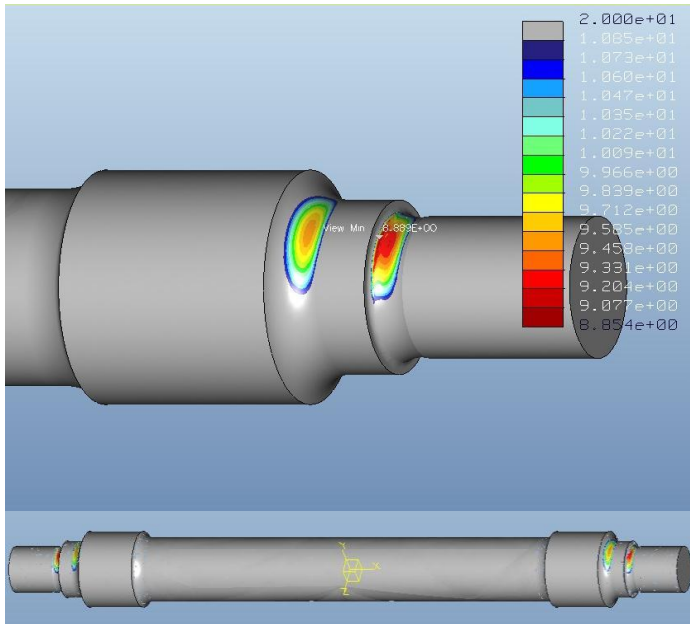


Figura B.62: Vida a fatiga: $N=10^8 \cdot 8.88$ ciclos. Figura B.63: Factor de seguridad: $n=2.18$



ANEXO C

REPORTE ANALISIS CON OTRAS OPCIONES DE
CÁLCULO

ANEXO C

Análisis con 31401 nodos en Single-Pass Adaptive.

Plotting Grid 4.

Análisis estático: (32 min)



Figura C.1: Maximo desplazamiento del eje.



Figura C.2: Vista general estrés del eje.

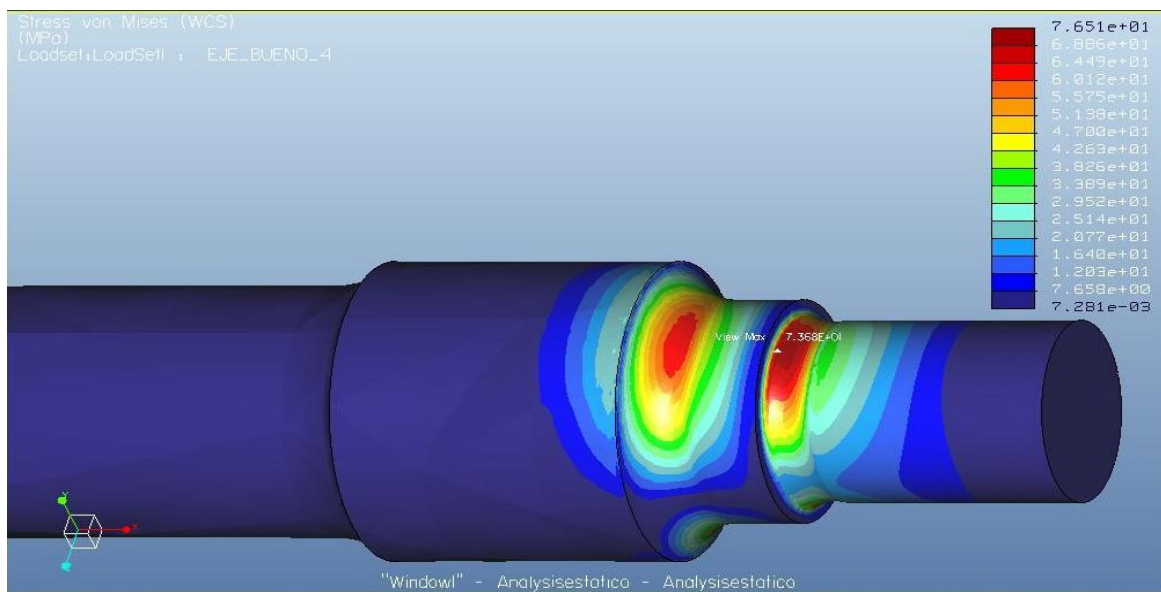


Figura C.3: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (3h 22min)

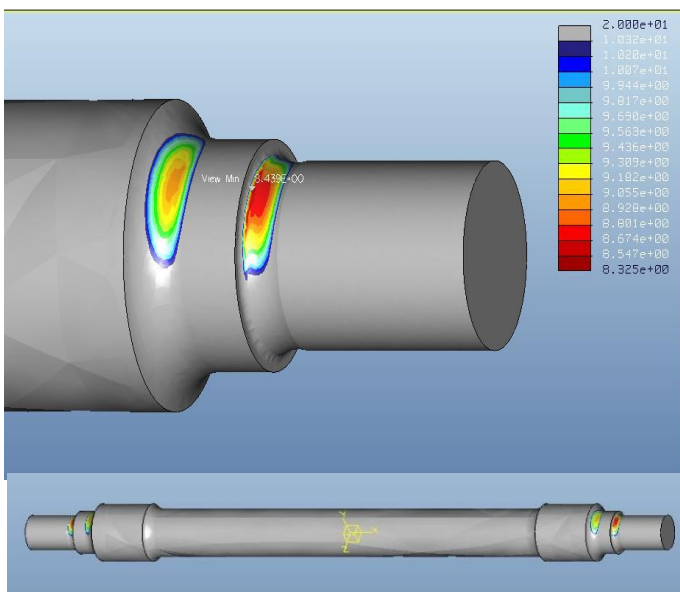


Figura C.4: Vida a fatiga: $N=10e8.43$ ciclos.

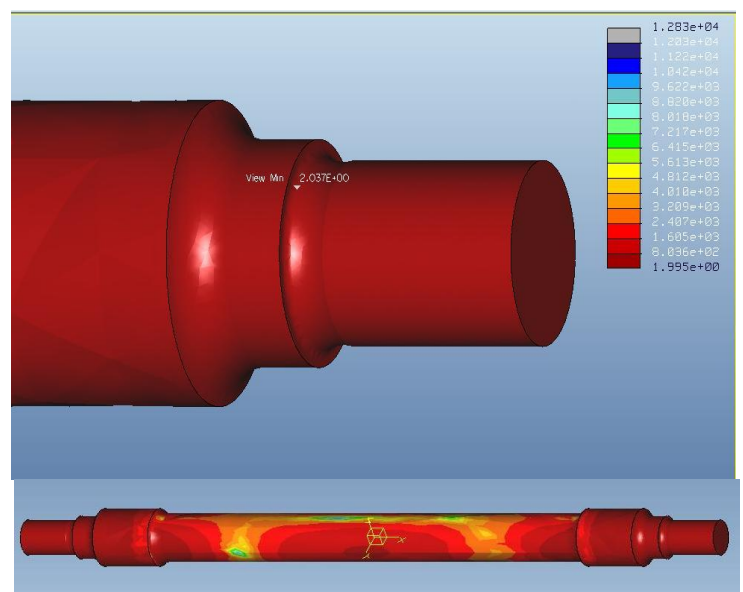


Figura C.5: Factor de seguridad: $n=2.03$

Sección 2: (3h 41min)

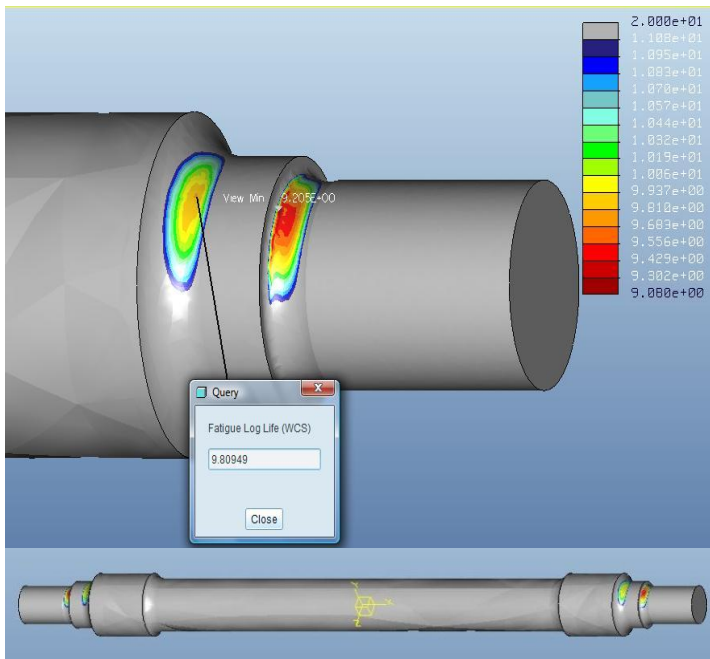


Figura C.6: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 9.20$ ciclos.

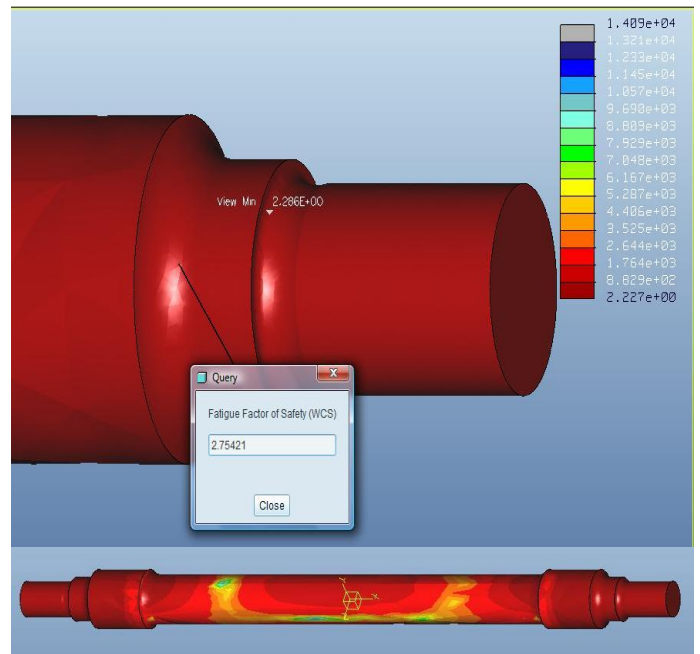


Figura C.7: Factor de seguridad: $n=2.28$

Sección 3: (3h 31min)

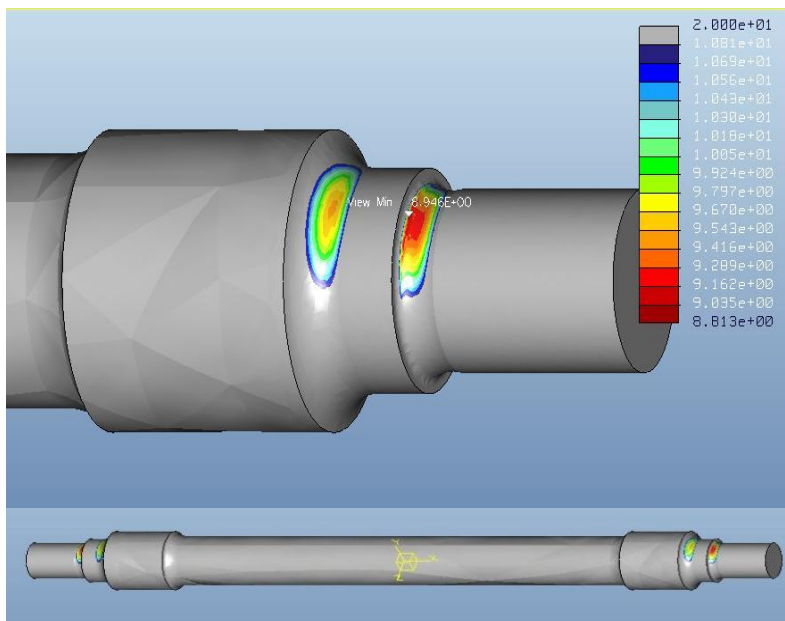


Figura C.8: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 8.93$ ciclos.

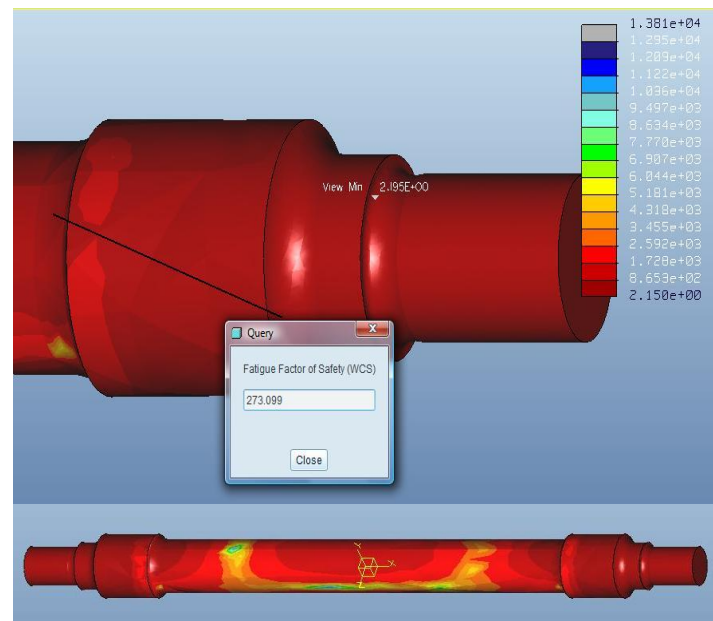


Figura C.9: Factor de seguridad: $n=2.19$

Plotting Grid 6.

Análisis estático: (38 min)

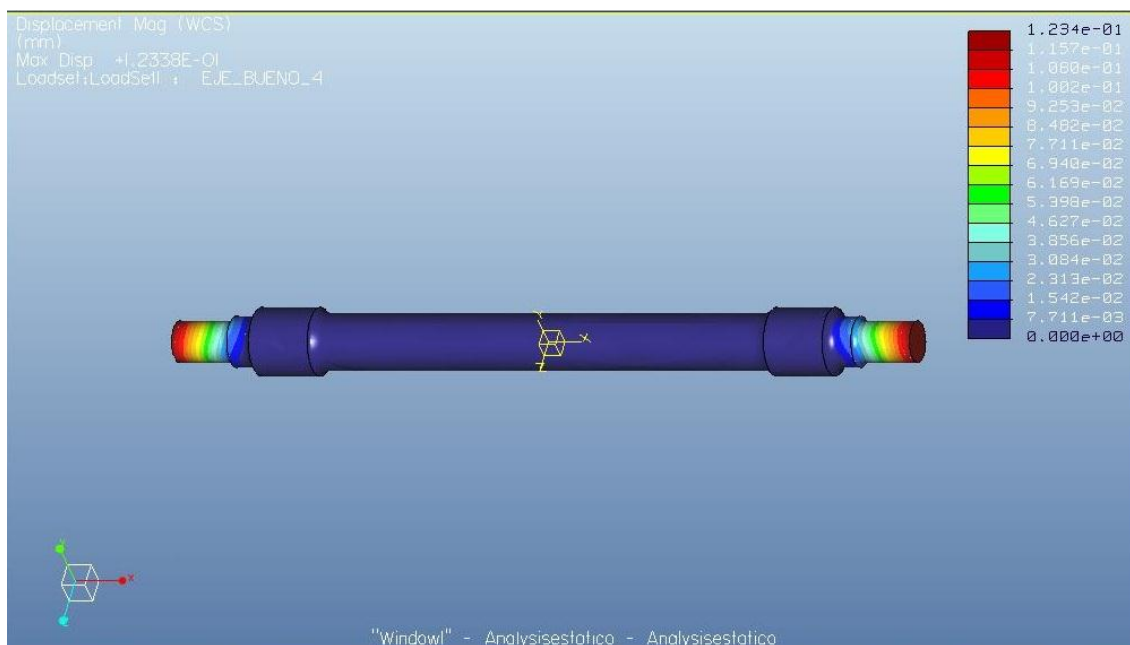


Figura C.10: Maximo desplazamiento del eje.

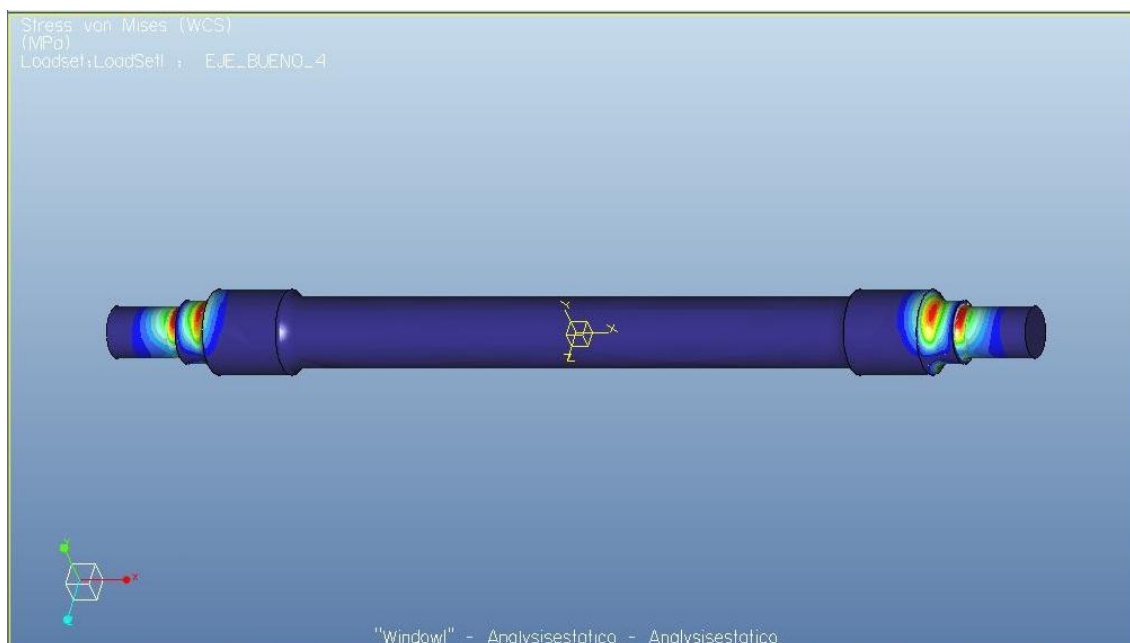


Figura C.11: Vista general estrés del eje.

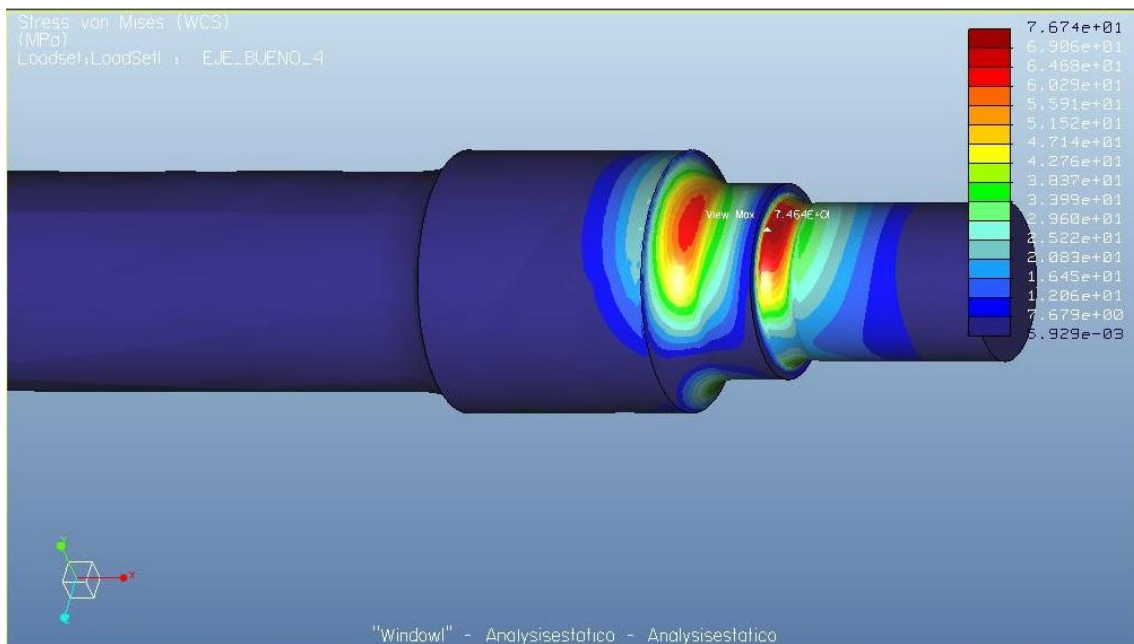


Figura C.12: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Seccion 1: (6h 16min)

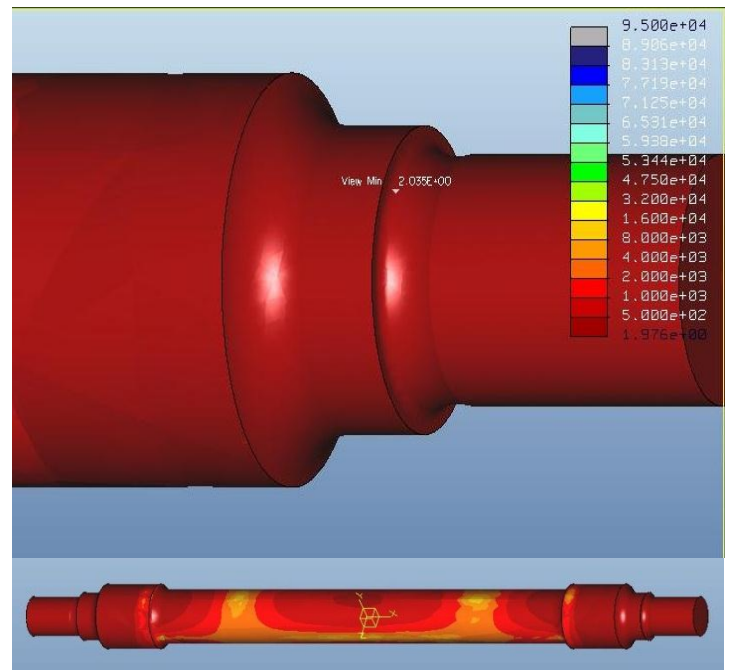
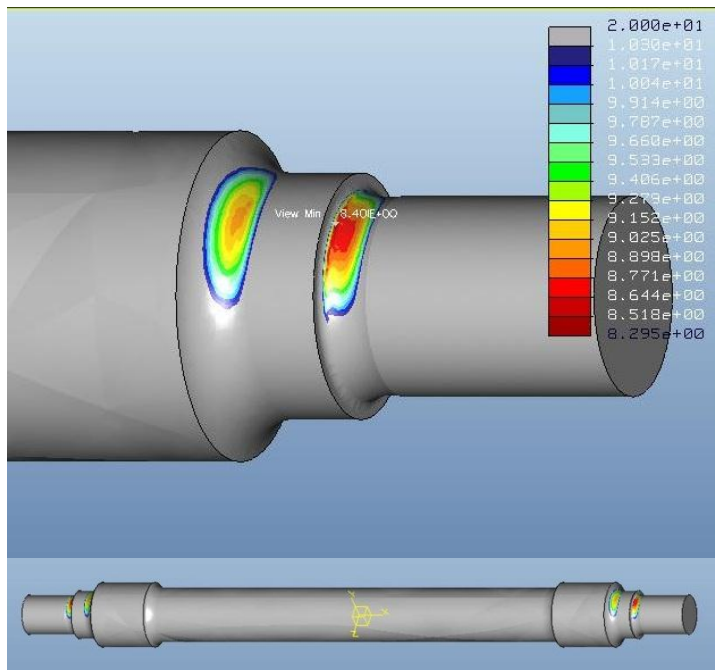


Figura C.13: Vida a fatiga: $N=10e8.40$ ciclos. Figura C.14: Factor de seguridad: $n=2.03$

Seccion 2: (6h 48min)

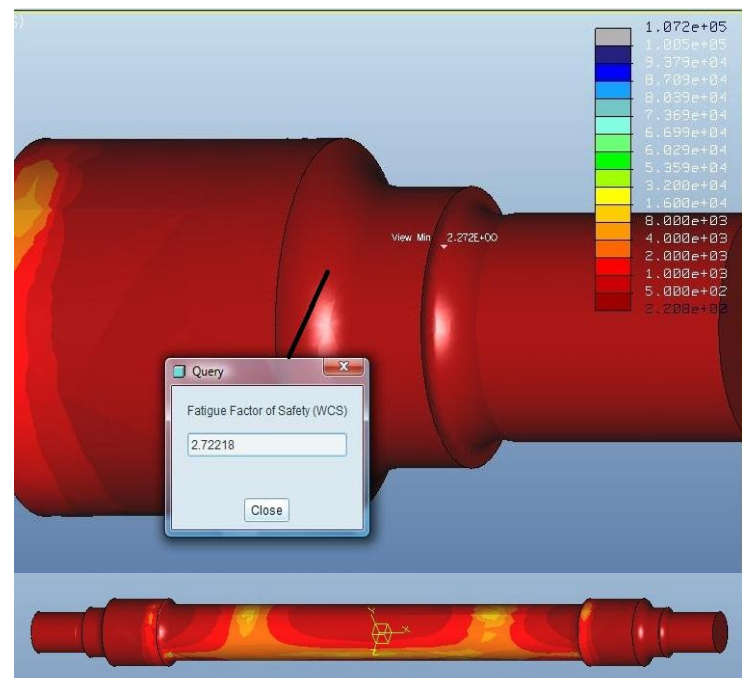
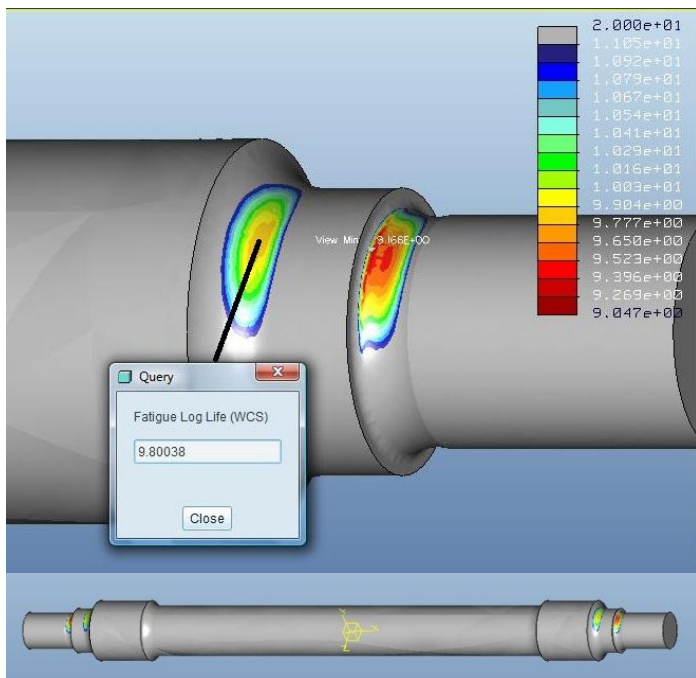


Figura C.15: Vida a fatiga: $N=10e9.16$ ciclos. Figura C.16: Factor de seguridad: $n=2.27$

Seccion 3: (6h 39min)

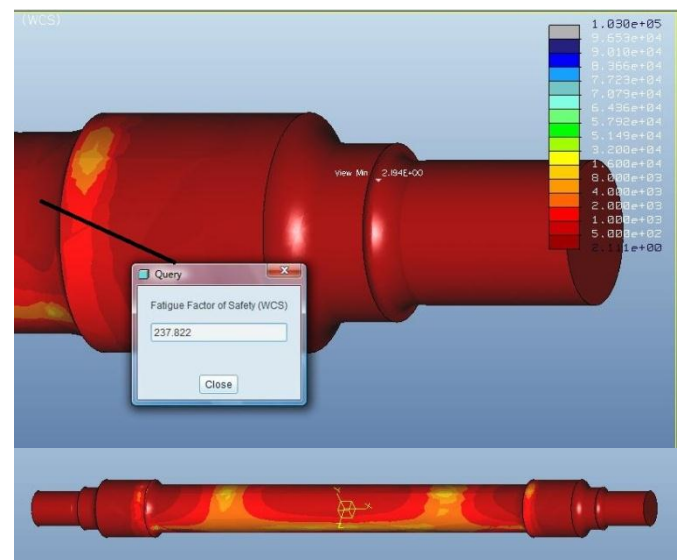
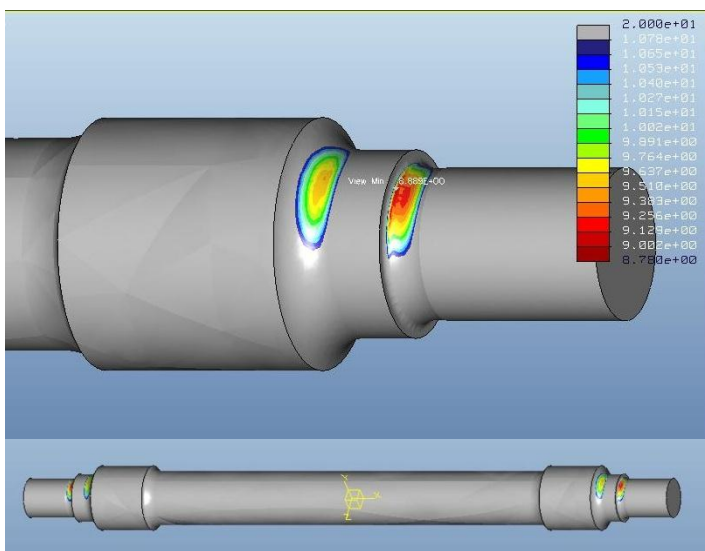


Figura C.17: Vida a fatiga: $N=10e8.94$ ciclos. Figura C.18: Factor de seguridad: $n=2.19$

Plotting Grid 8.

Análisis estático: (42 min)

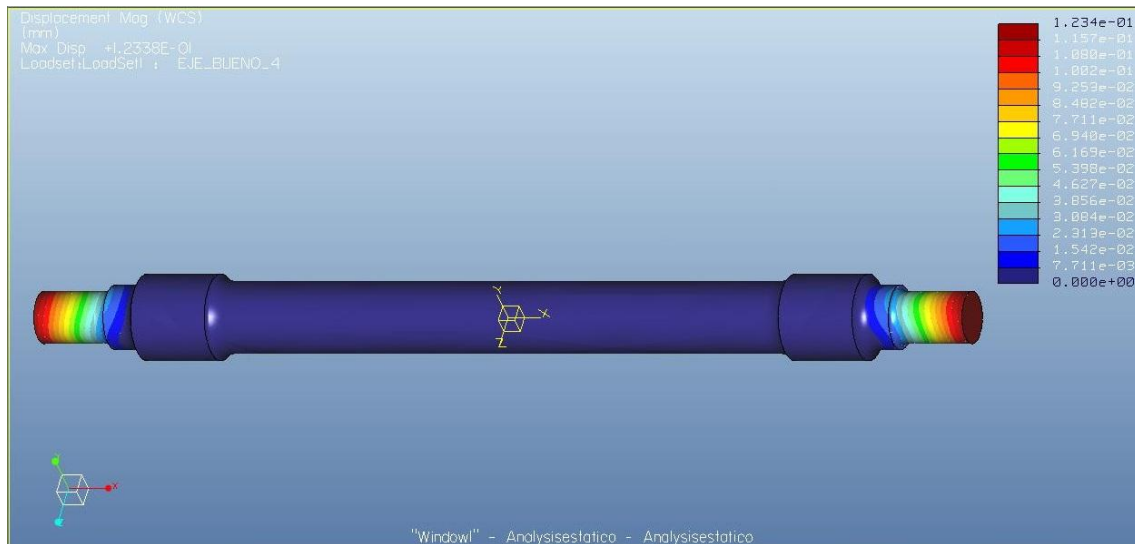


Figura C.19: Maximo desplazamiento del eje.

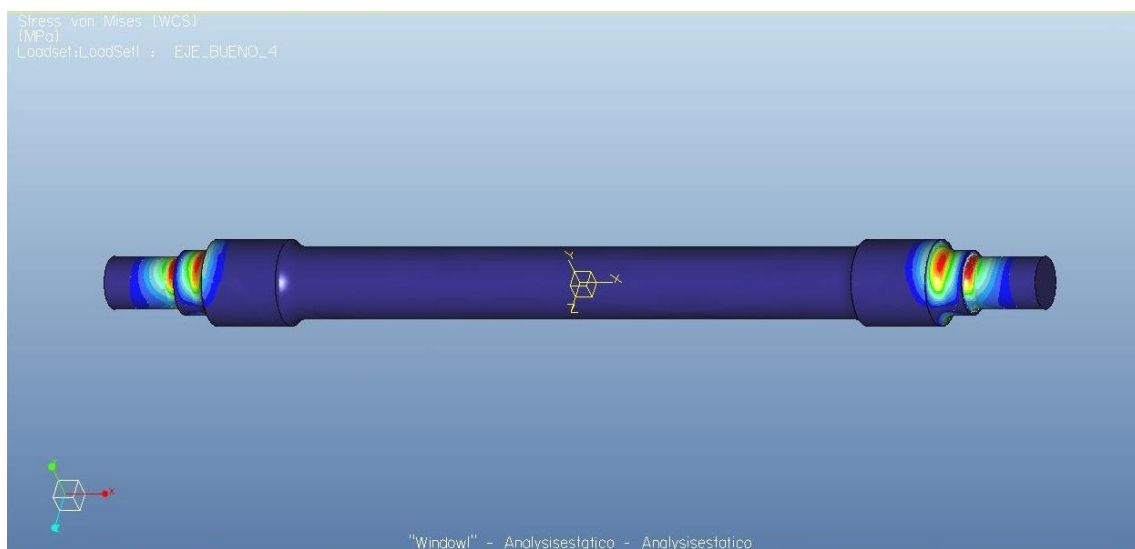


Figura C.20: Vista general estrés del eje.

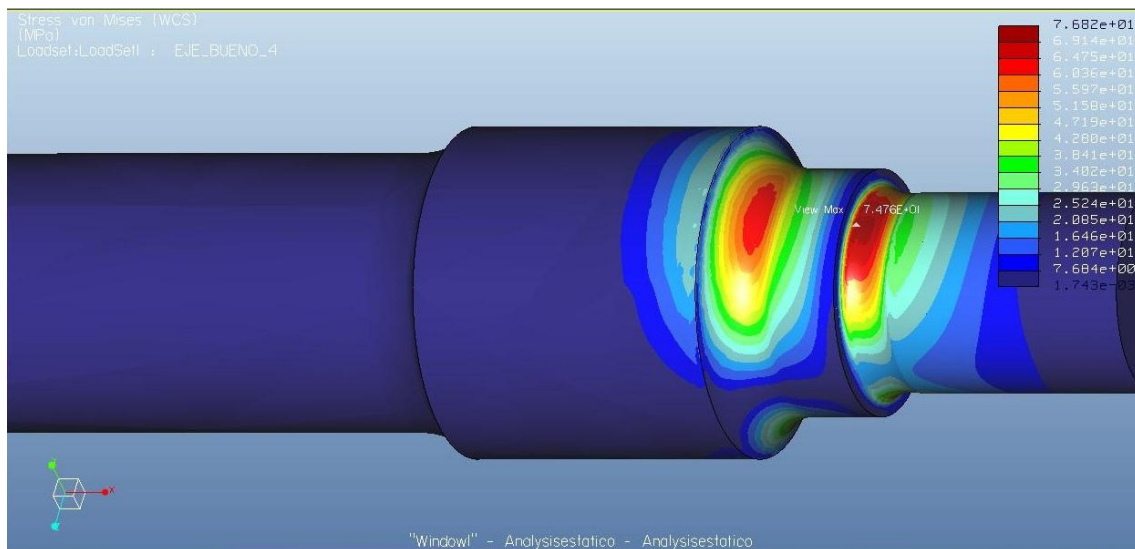


Figura C.21: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (9h 59min)

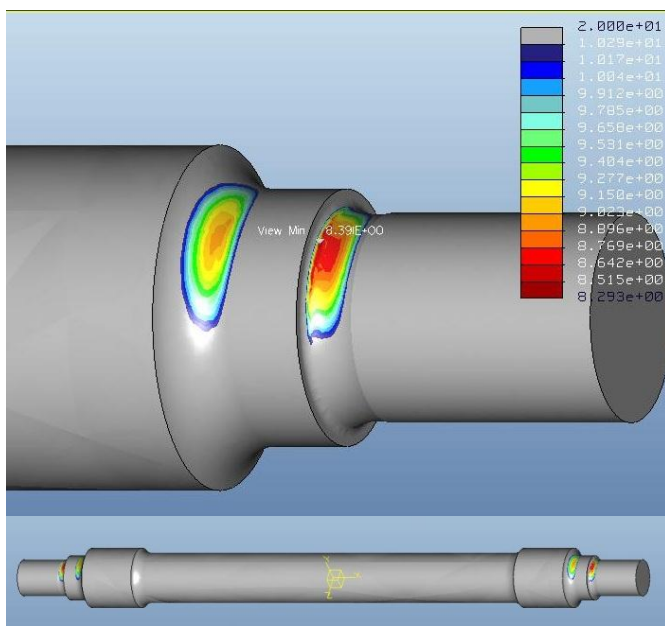


Figura C.22: Vida a fatiga: $N=10e8.39$ ciclos.

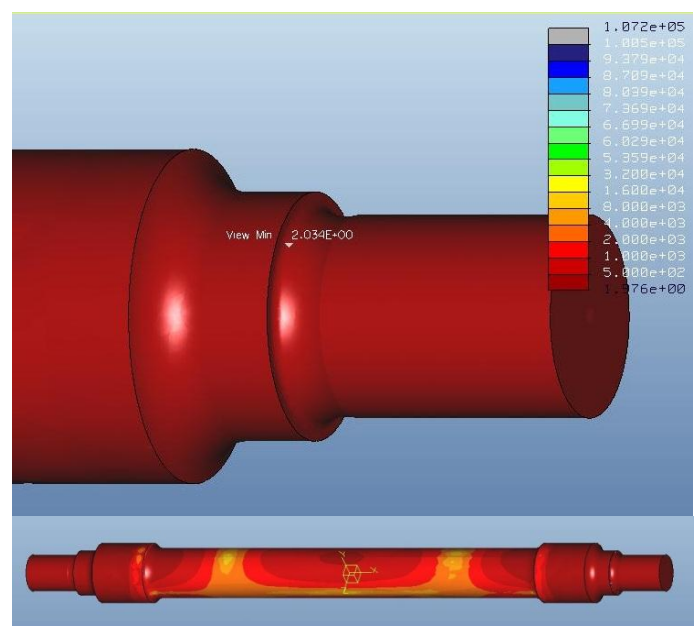


Figura C.23: Factor de seguridad: $n=2.03$

Sección 2: (10h 52min)

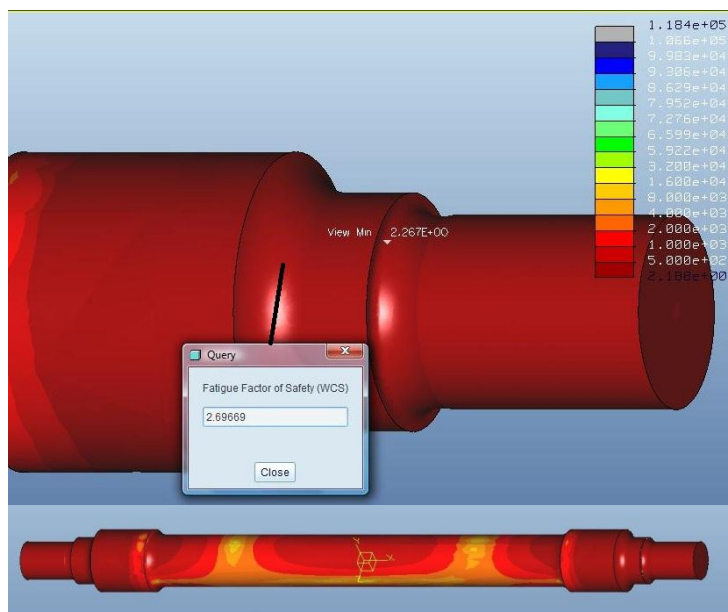
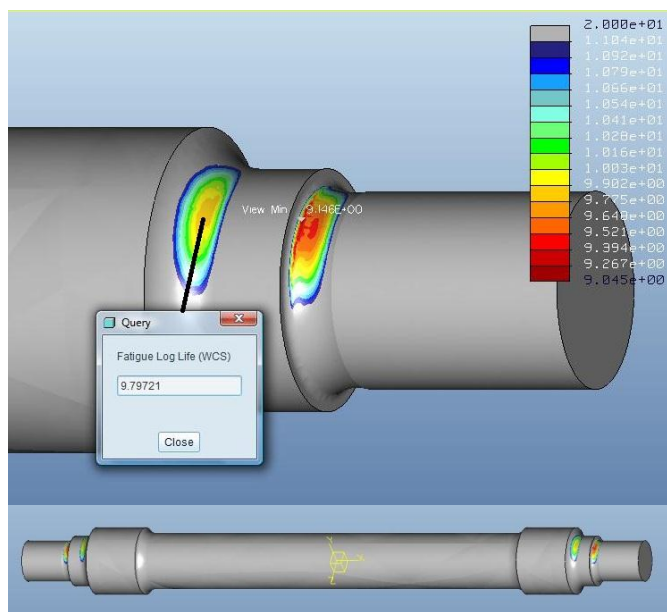


Figura C.24: Vida a fatiga: $N=10e9.14$ ciclos. Figura C.25: Factor de seguridad: $n=2.26$

Sección 3: (11h 27min)

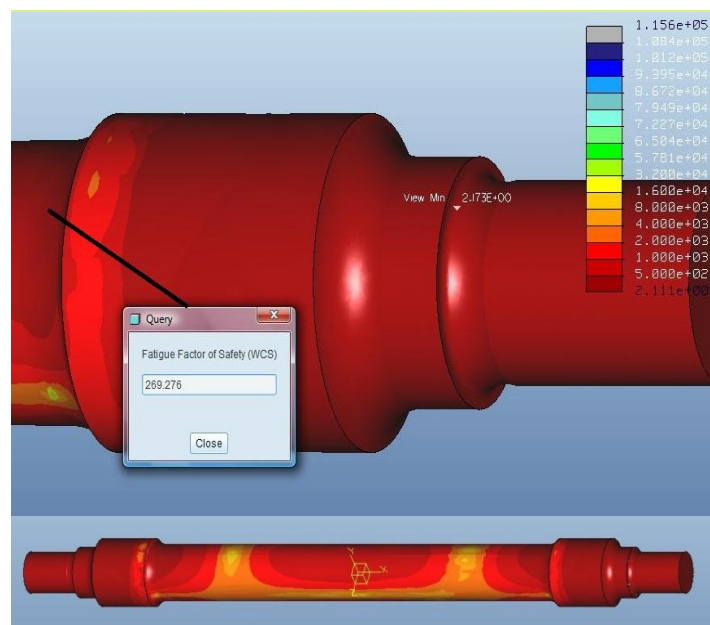
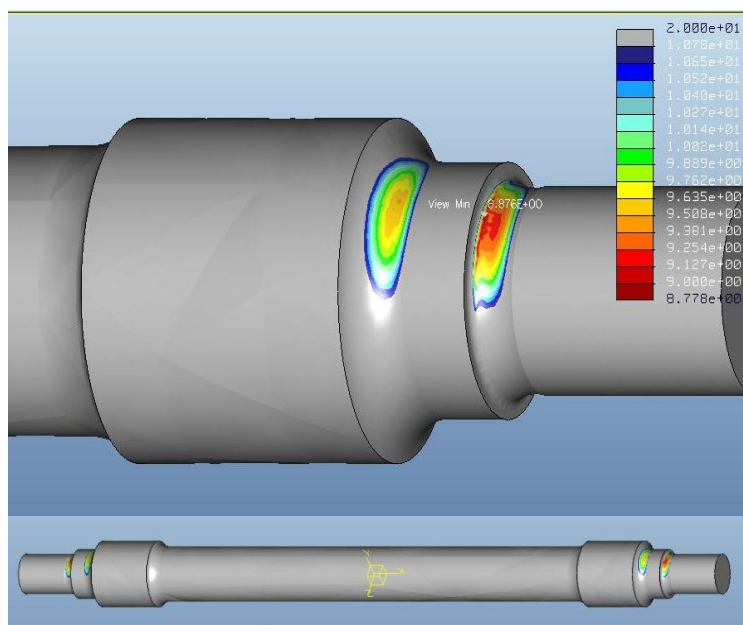


Figura C.26: Vida a fatiga: $N=10e8.95$ ciclos. Figura C.27: Factor de seguridad: $n=2.17$

Plotting Grid 10.

Análisis estático: (53 min)



Figura C.28: Maximo desplazamiento del eje.

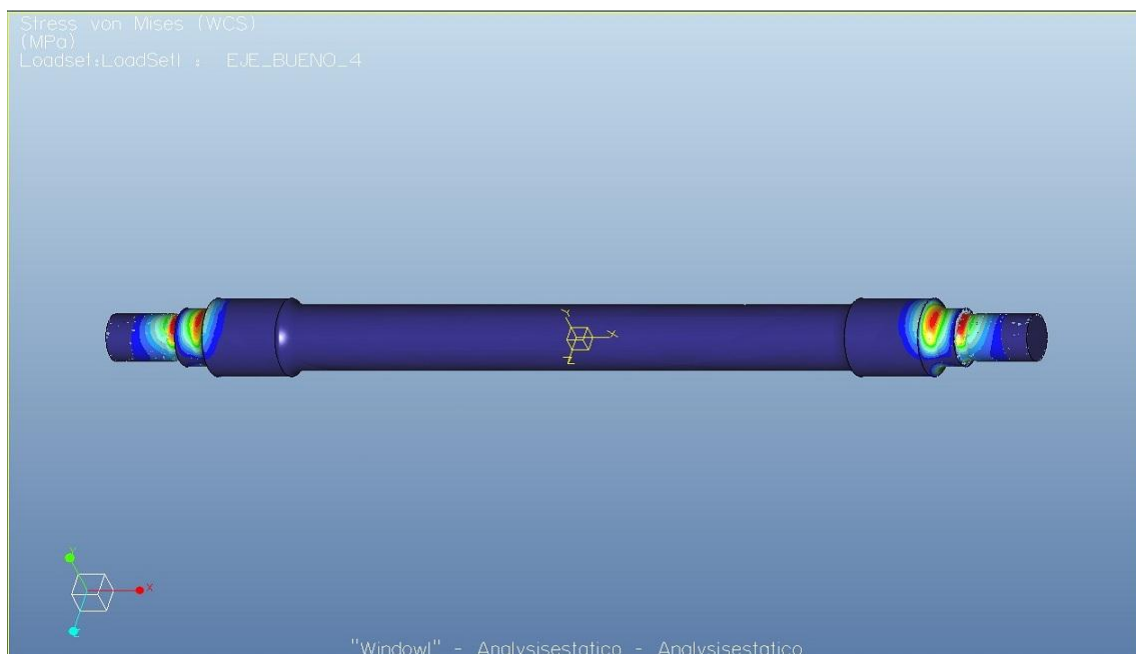


Figura C.29: Vista general estrés del eje.

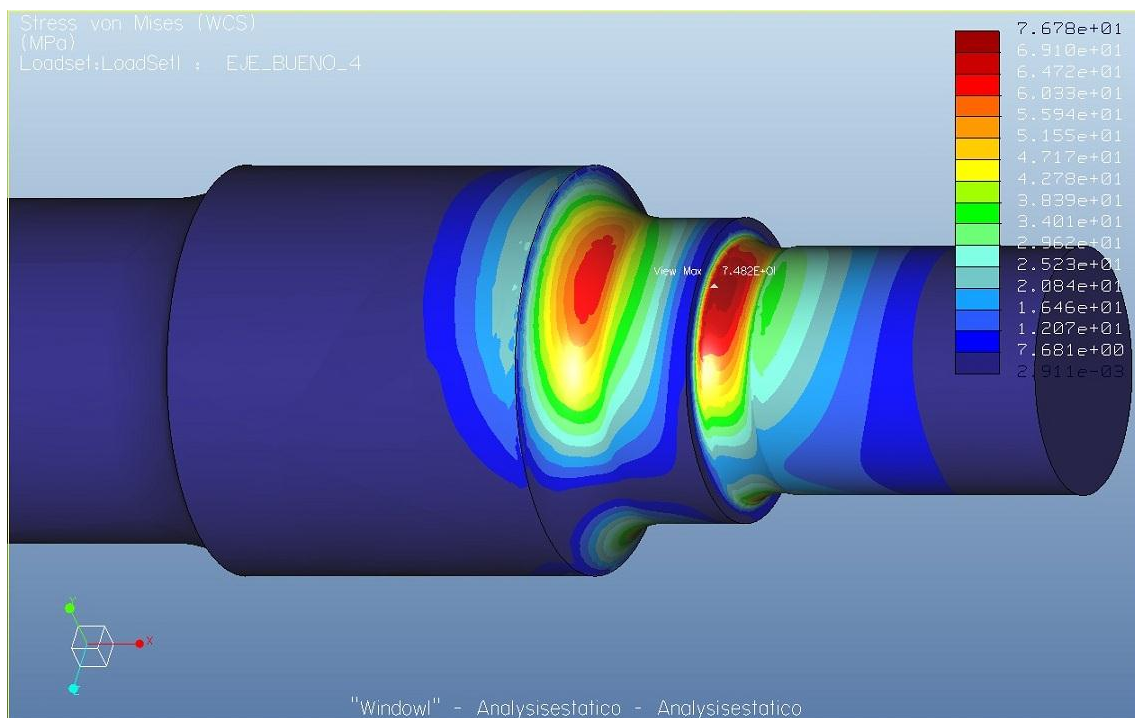


Figura C.30: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (14h 41min)

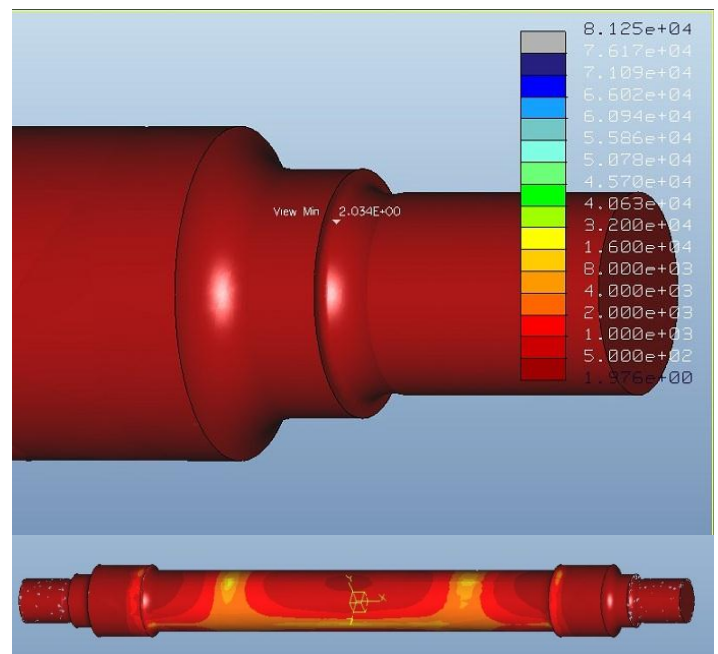
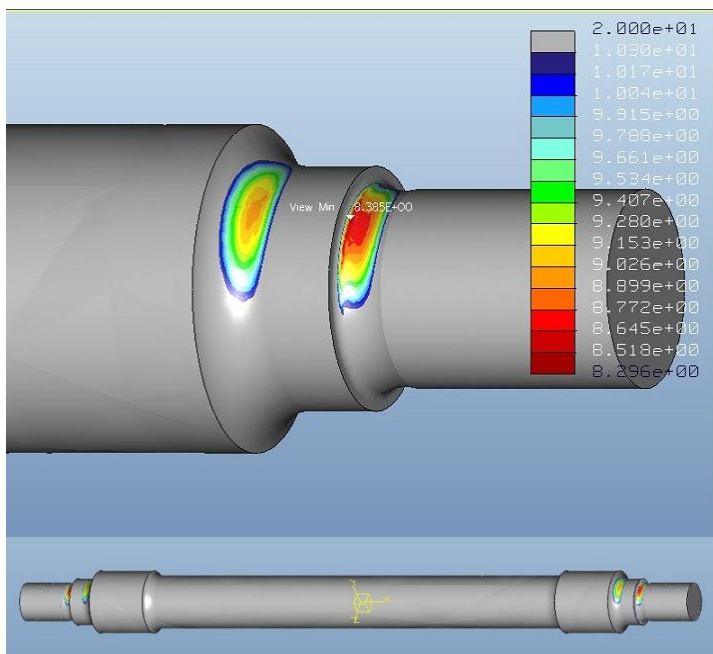


Figura C.31: Vida a fatiga: $N=10e8.38$ ciclos. Figura C.32: Factor de seguridad: $n=2.03$

Sección 2: (16h 1min)

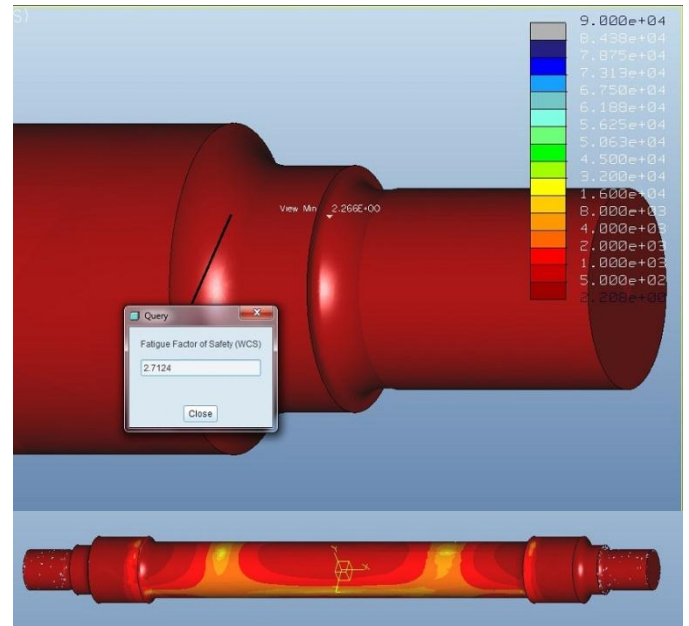
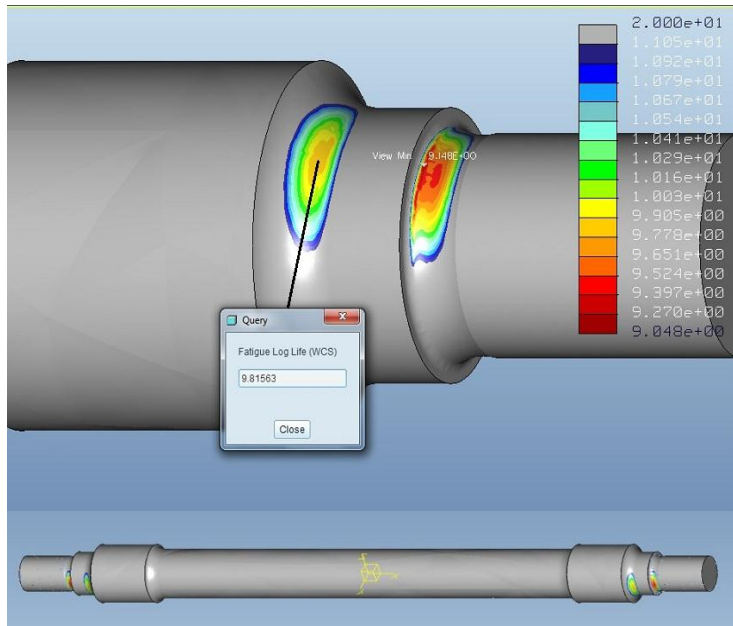


Figura C.33: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 9.14$ ciclos. Figura C.34: Factor de seguridad: $n=2.26$

Sección 3: (15h 38min)

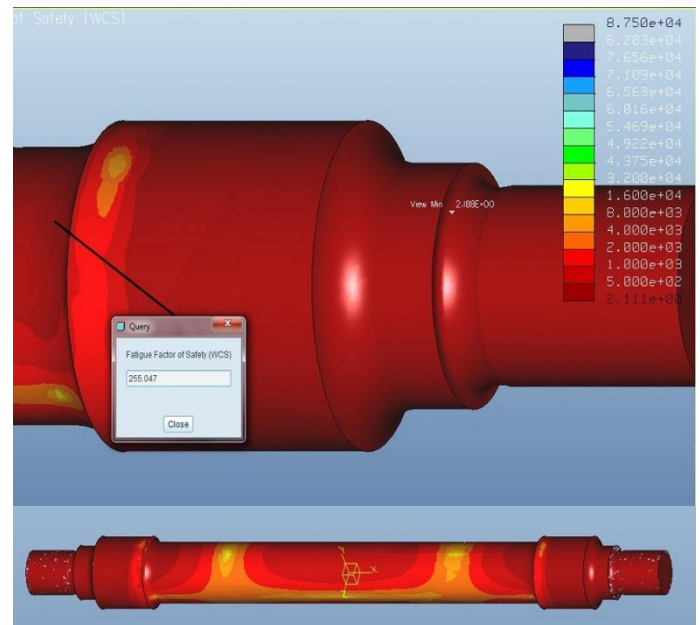
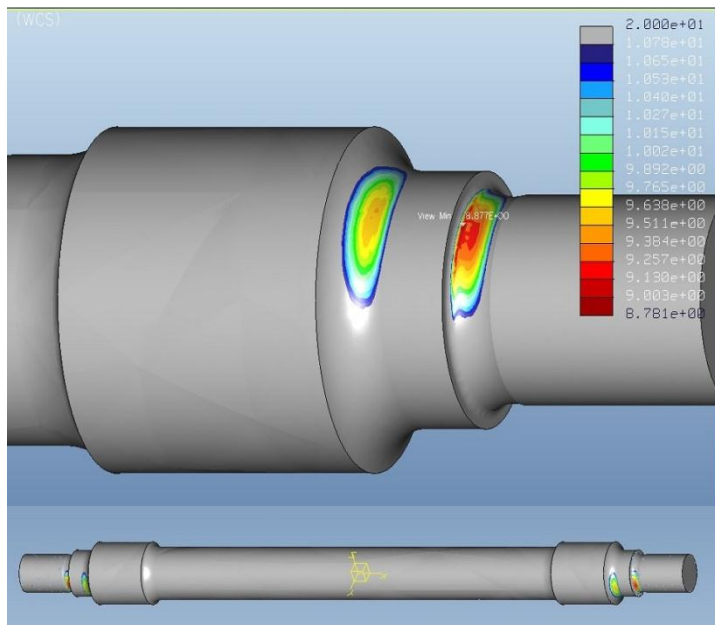


Figura C.35: Vida a fatiga: $N=10^8 \cdot 8.96$ ciclos. Figura C.36: Factor de seguridad: $n=2.18$

Análisis con 31401 nodos en Multi-Pass Adaptive.

Plotting Grid 4.

Análisis estático: (5h 37min)

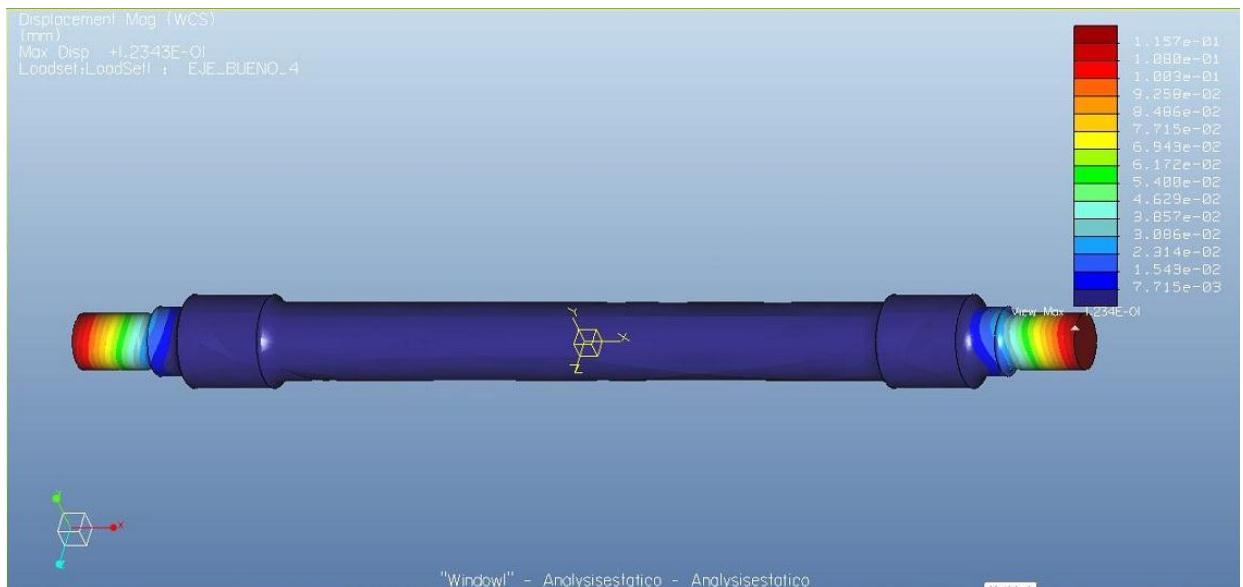


Figura C.37: Maximo desplazamiento del eje.

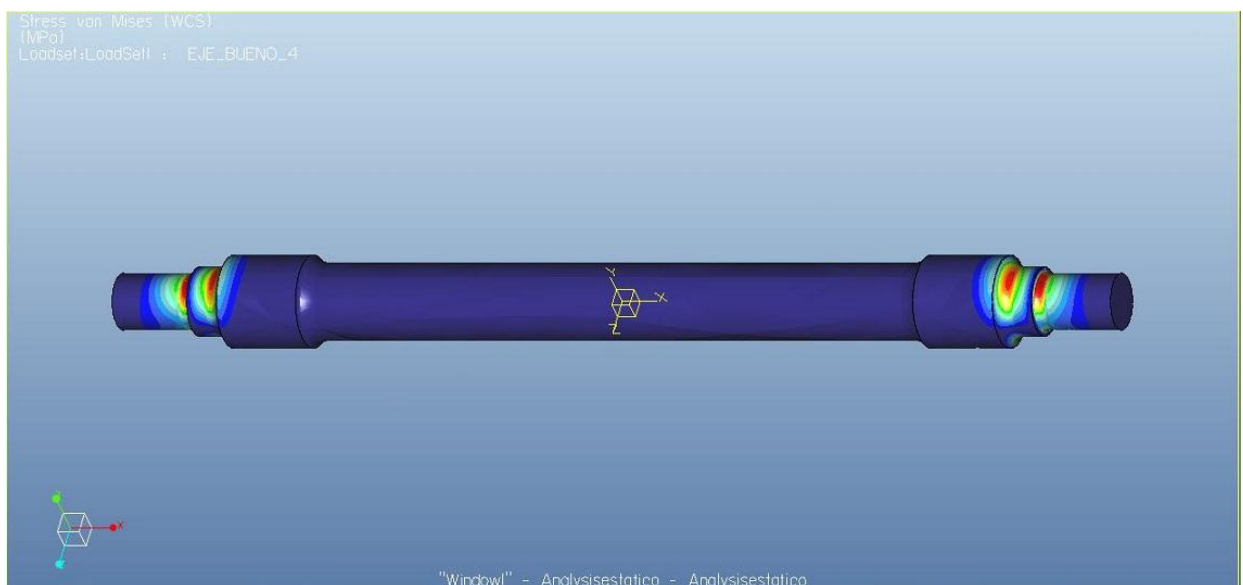


Figura C.38: Vista general estrés del eje.

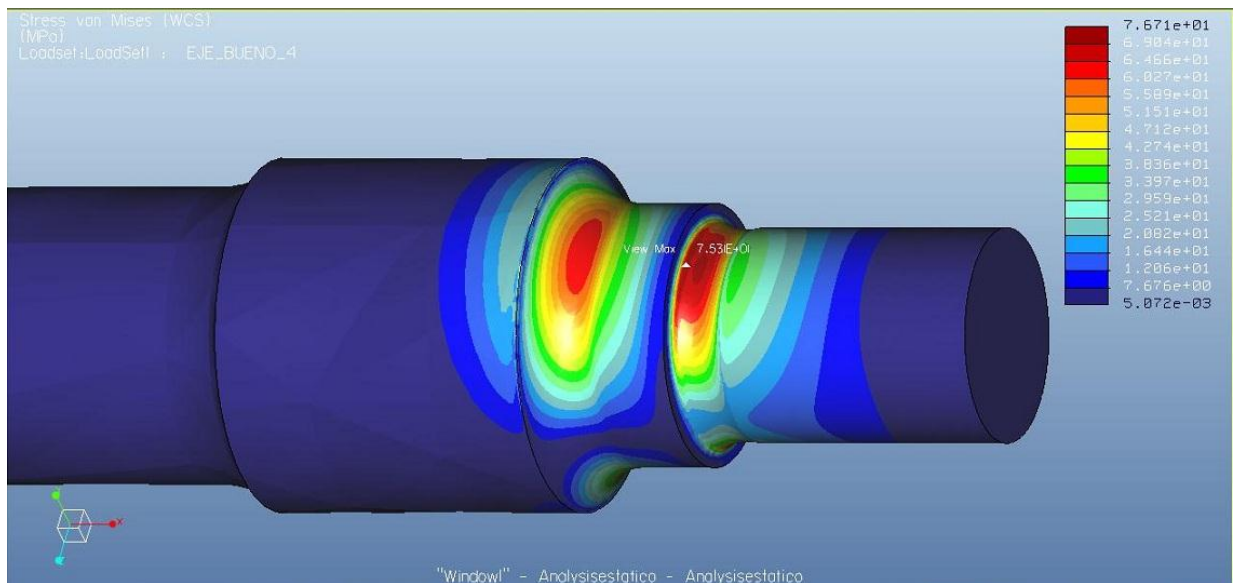


Figura C.39: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (3h 29min)

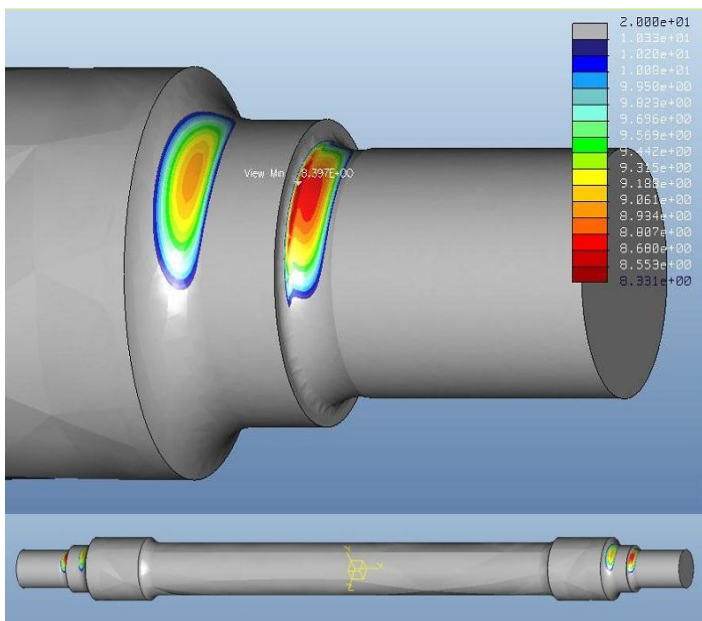


Figura C.40: Vida a fatiga: $N=10e8.39$ ciclos.

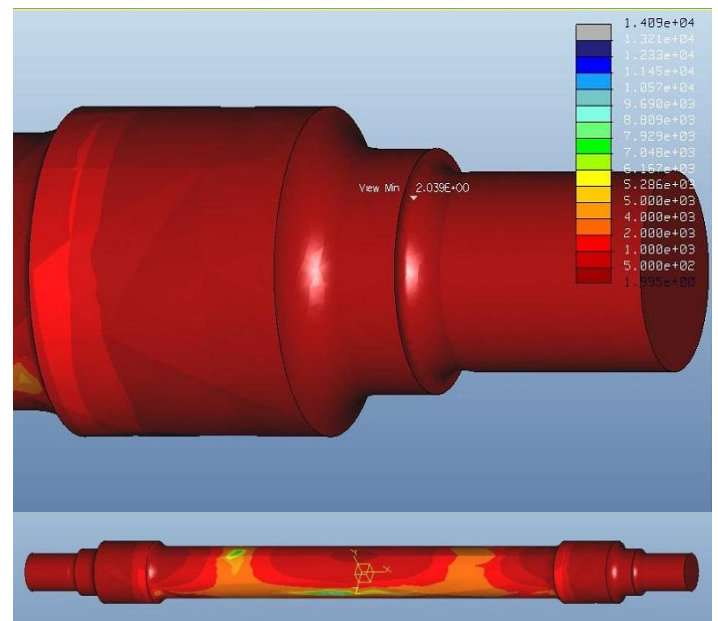


Figura C.41: Factor de seguridad: $n=2.03$

Sección 2: (4h 28min)

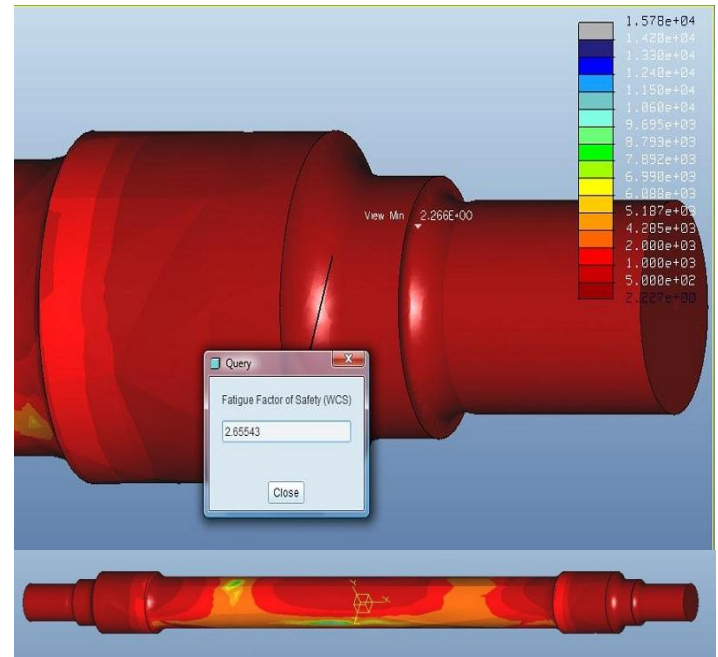
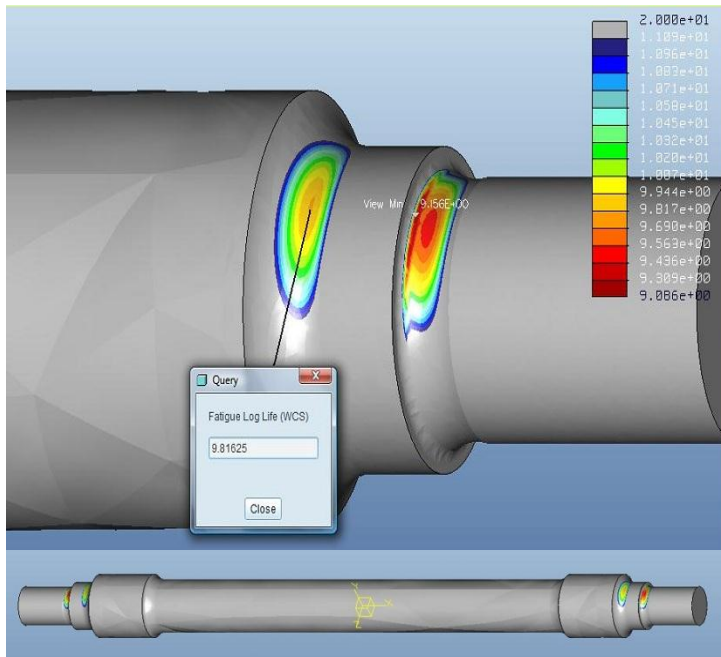


Figura C.42: Vida a fatiga: $N=10e9.15$ ciclos. Figura C.43: Factor de seguridad: $n=2.26$

Sección 3: (3h 41min)

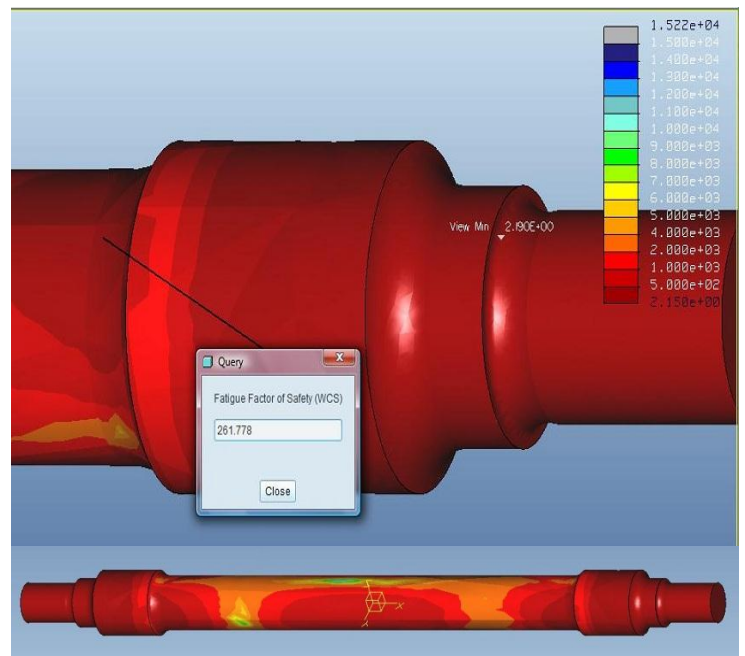
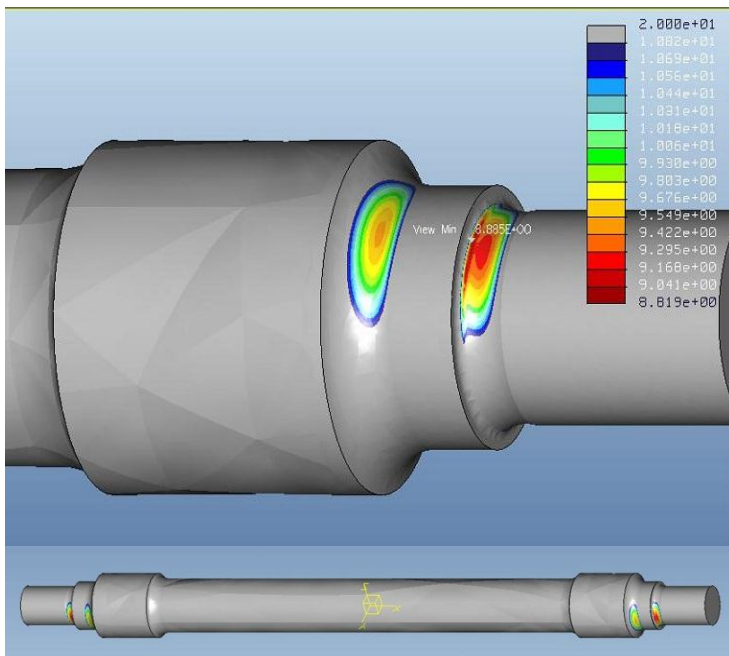


Figura C.44: Vida a fatiga: $N=10e8.88$ ciclos. Figura C.45: Factor de seguridad: $n=2.19$

Plotting Grid 6.

Análisis estático: (6h 19min)

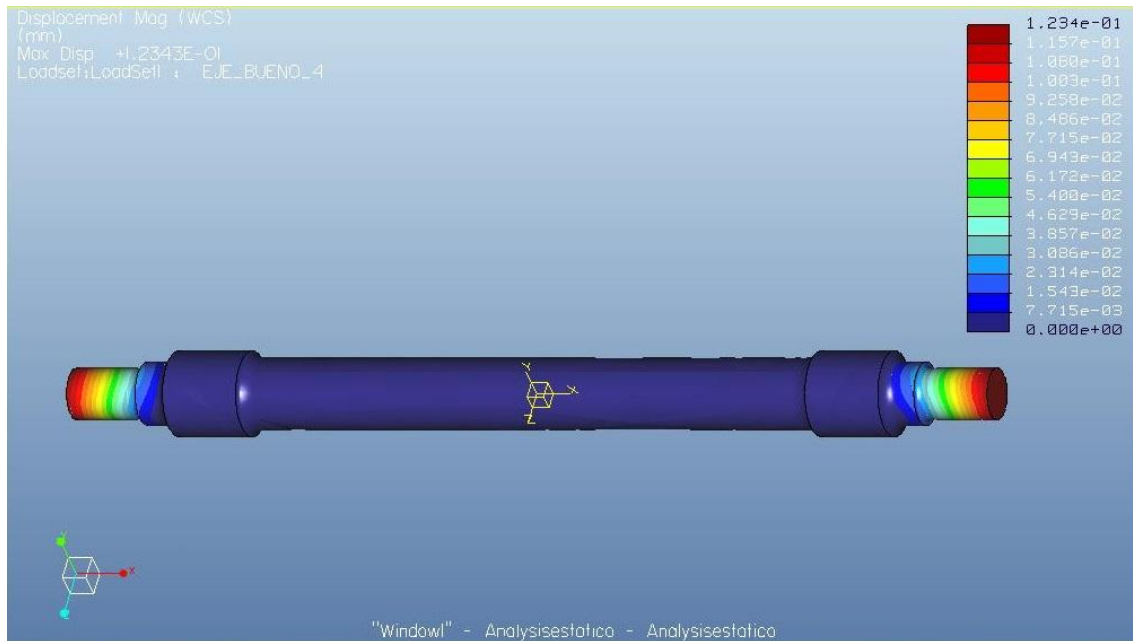


Figura C.46: Maximo desplazamiento del eje.

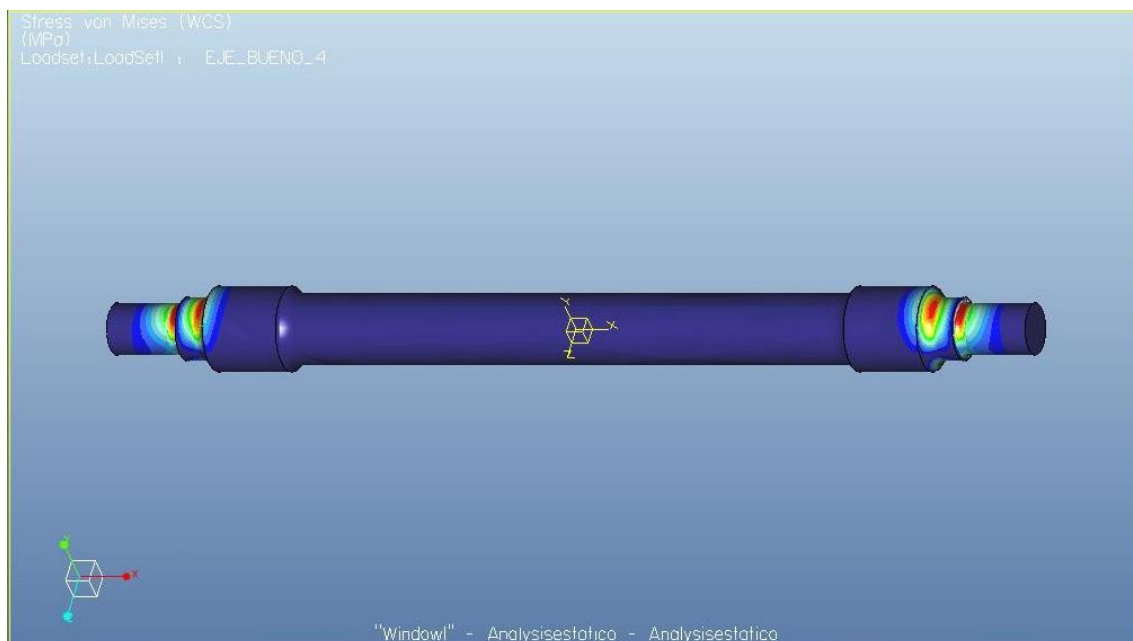


Figura C.47: Vista general estrés del eje.

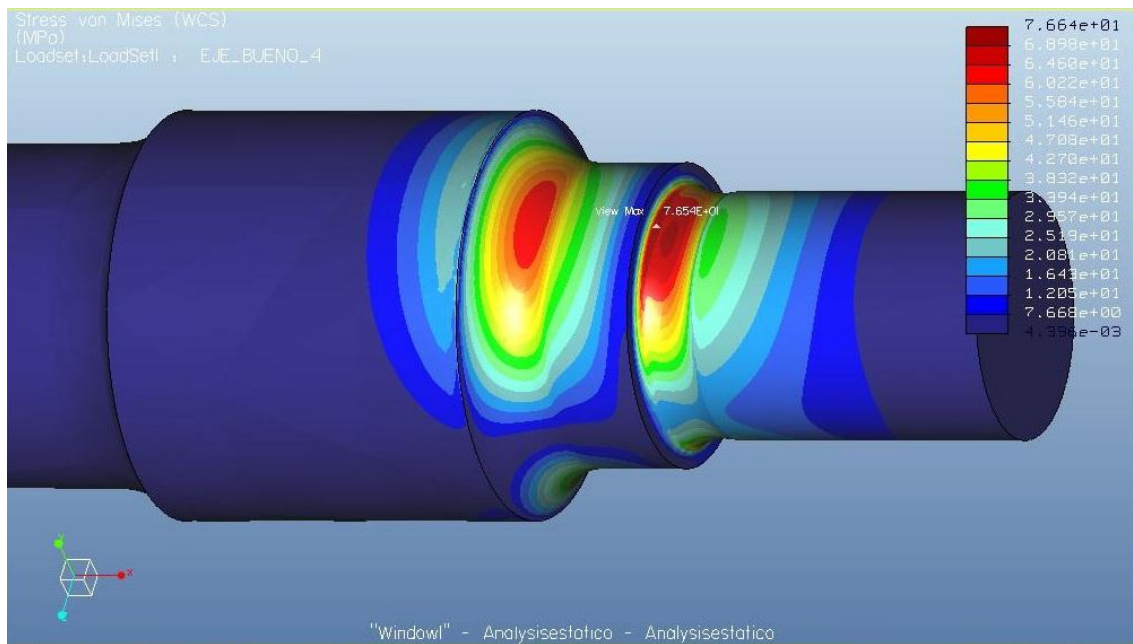


Figura C.48: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (6h 46min)

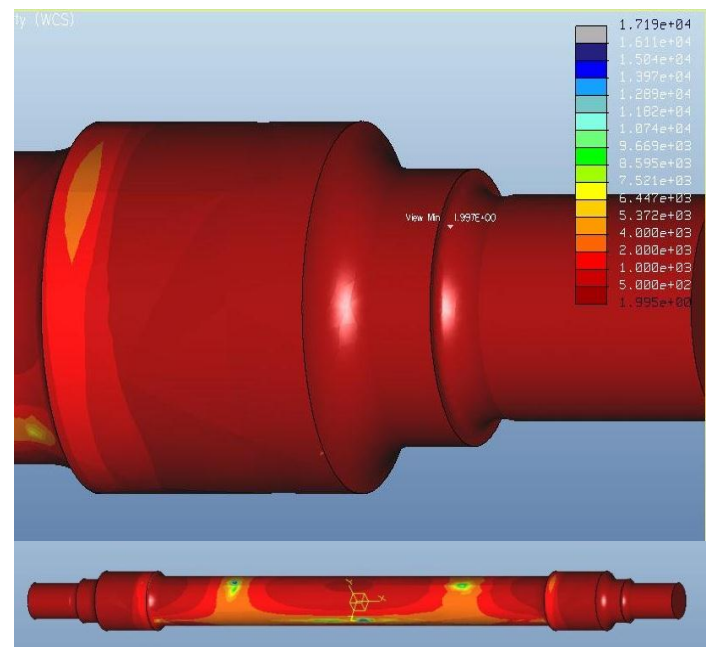
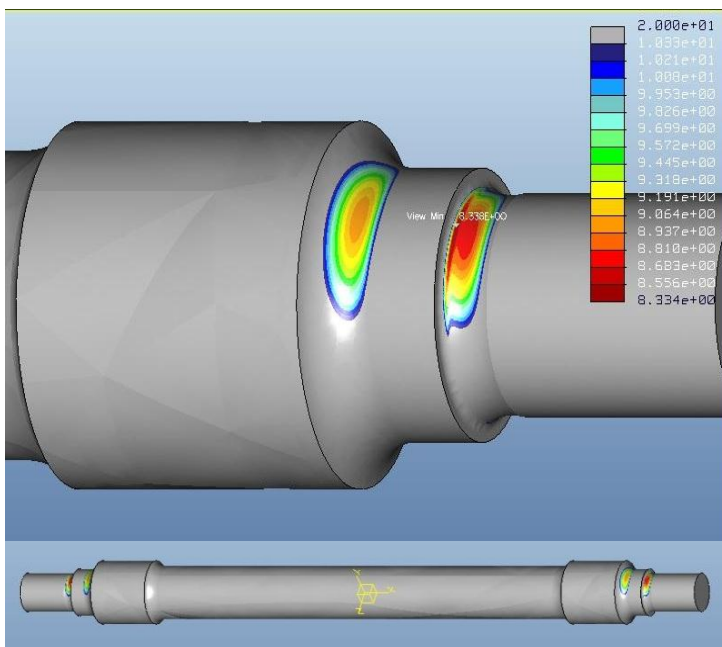


Figura C.49: Vida a fatiga: $N=10e8.33$ ciclos. Figura C.50: Factor de seguridad: $n=1.99$

Sección 2: (7h 21min)

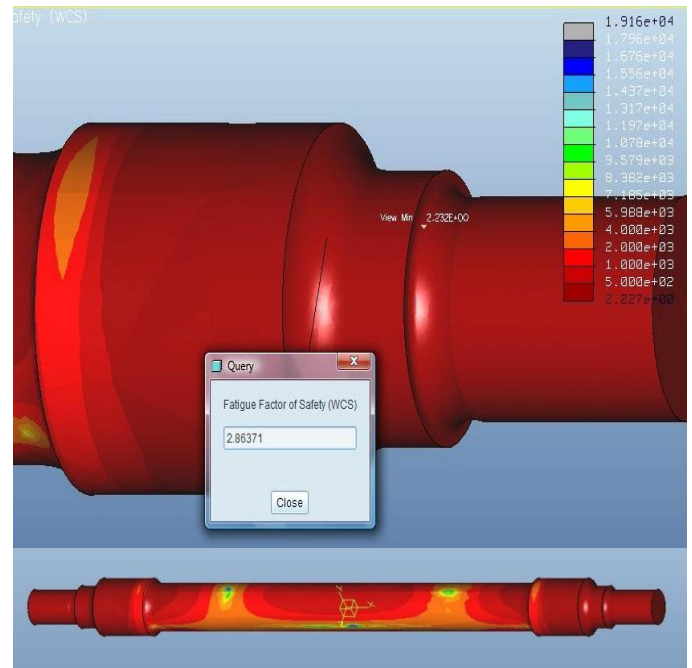
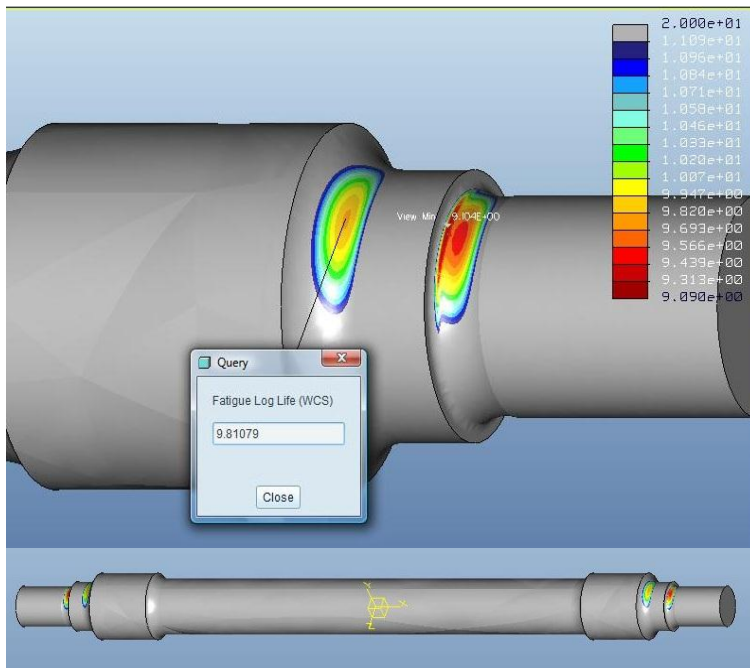


Figura C.51: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 9.10$ ciclos. Figura C.52: Factor de seguridad: $n=2.23$

Sección 3: (7h 2min)

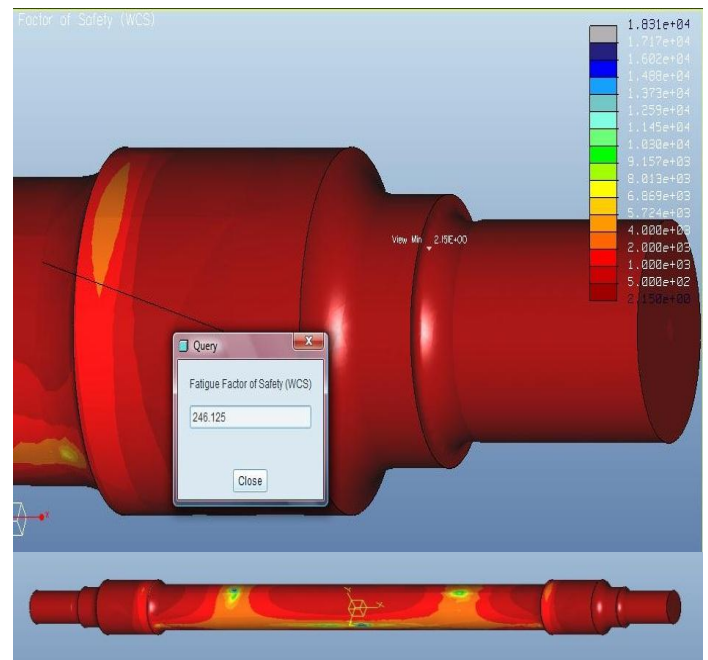
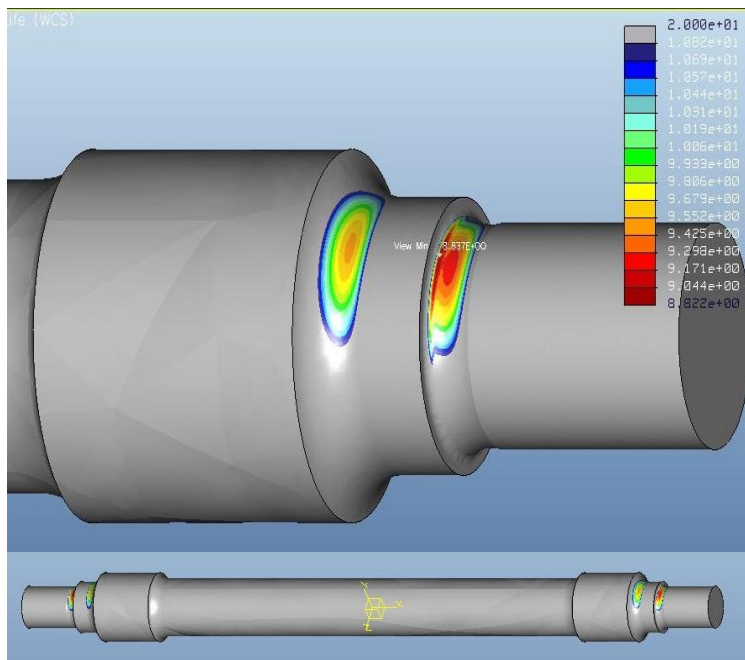


Figura C.53: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 8.84$ ciclos. Figura C.54: Factor de seguridad: $n=2.15$

Plotting Grid 8.

Análisis estático: (6h 8min)

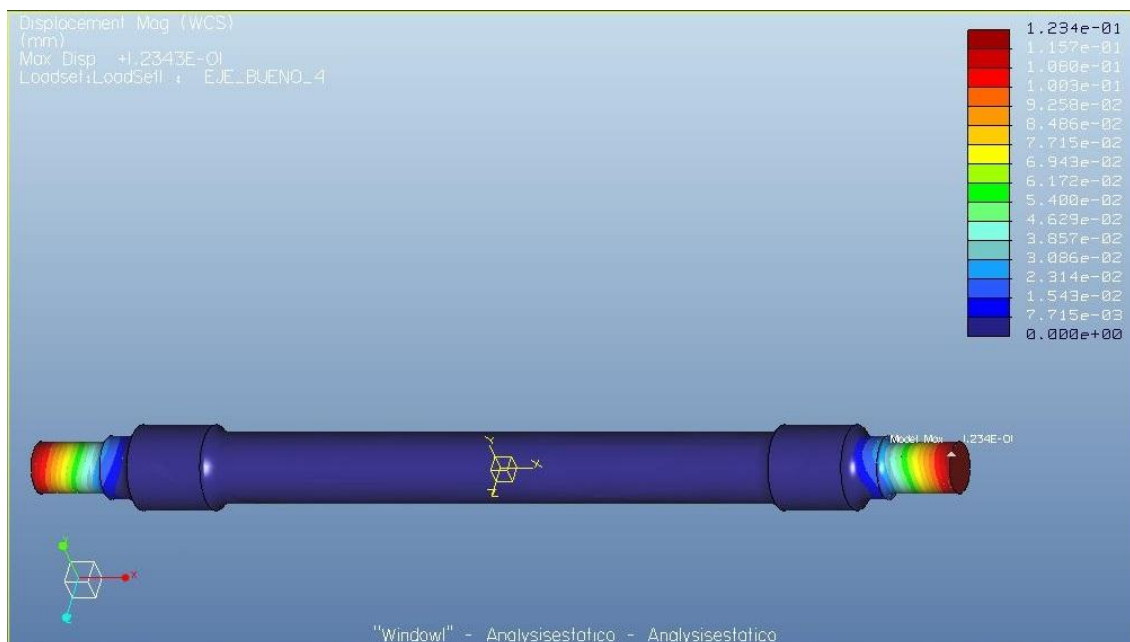


Figura C.55: Maximo desplazamiento del eje.

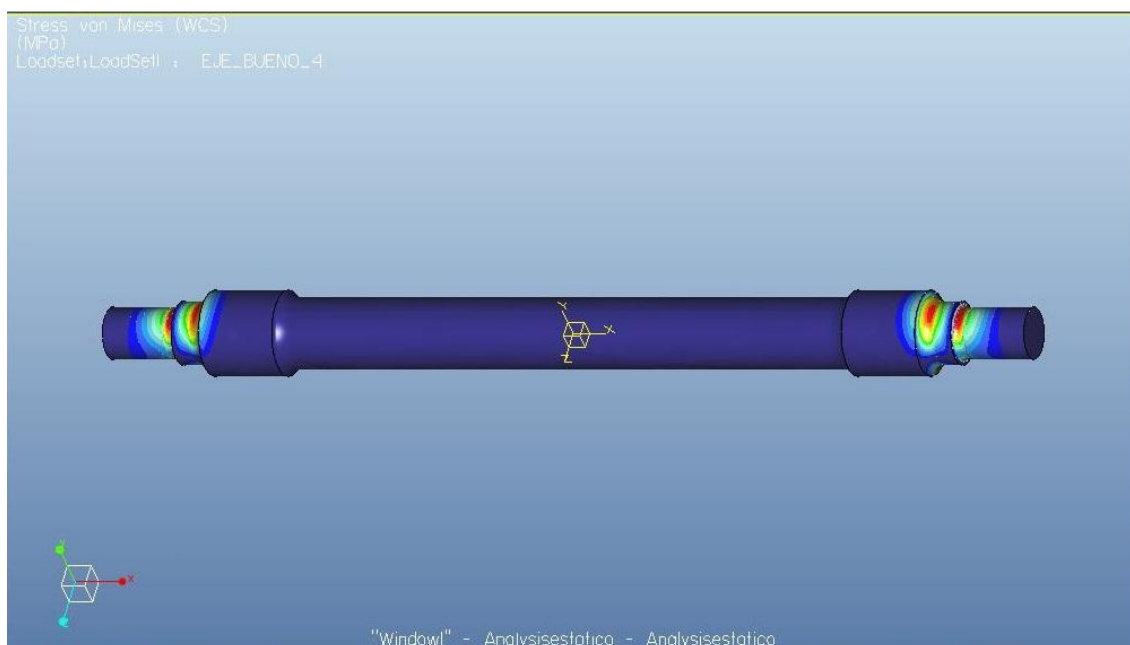


Figura C.56: Vista general estrés del eje.

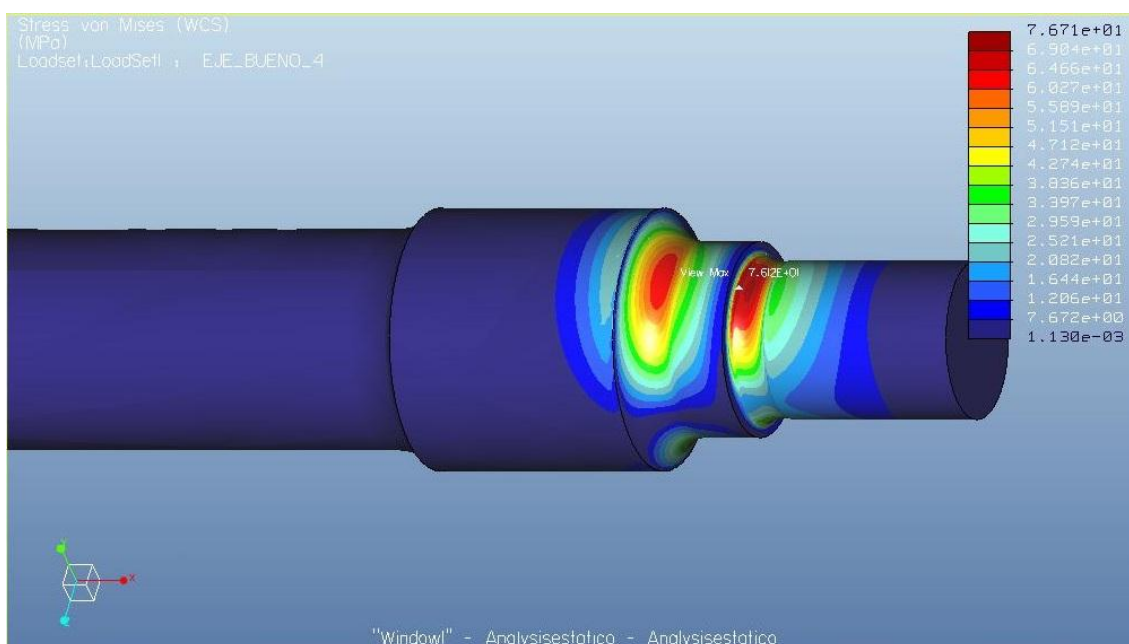


Figura C.57: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (9h 57min)

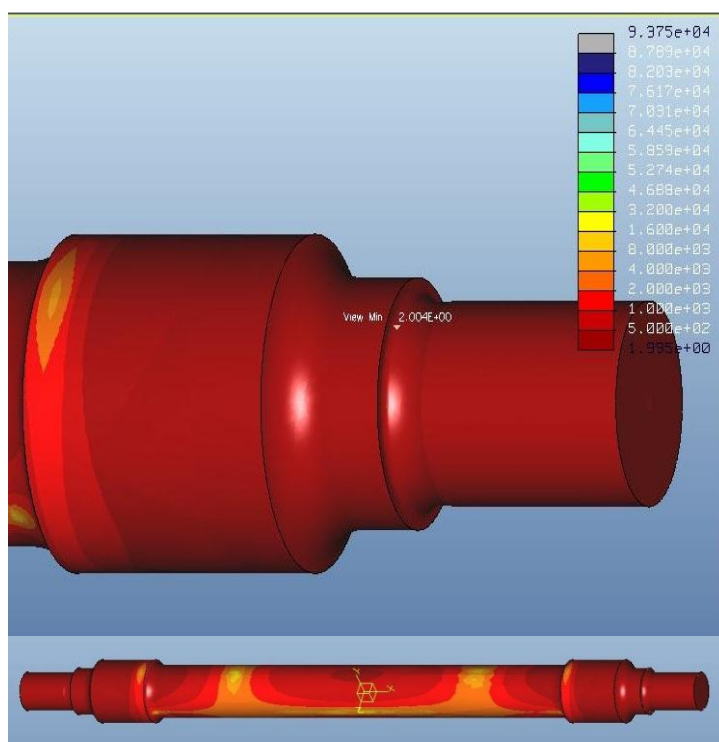
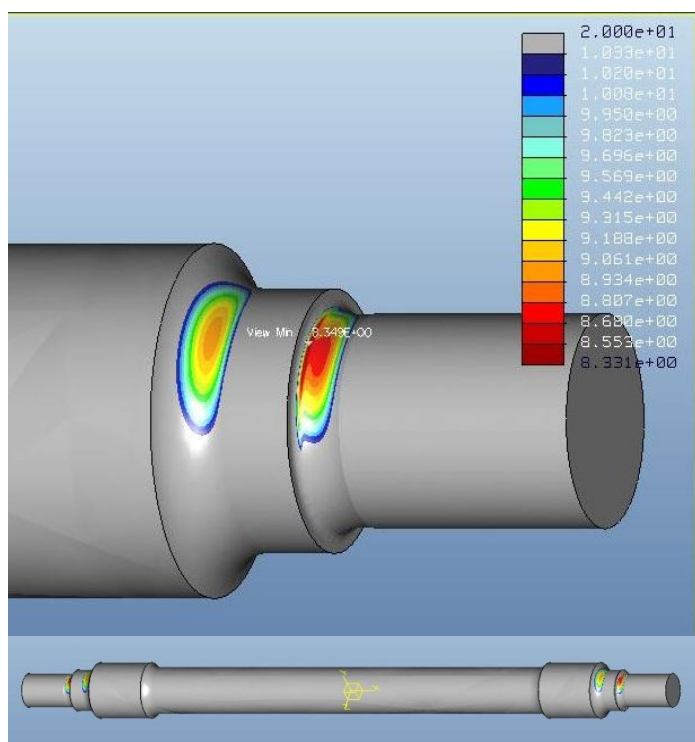


Figura C.58: Vida a fatiga: $N=10e8.34$ ciclos. Figura C.59: Factor de seguridad: $n=2$

Sección 2: (9h 30min)

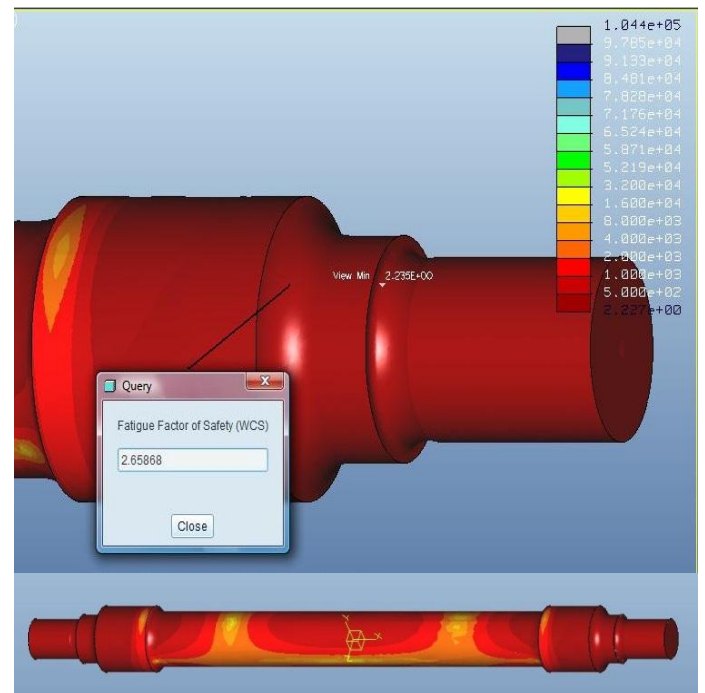
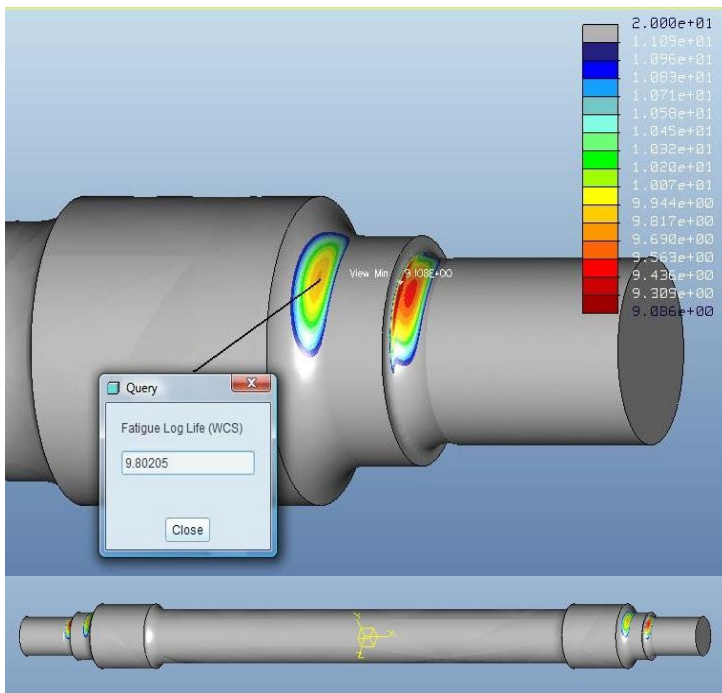


Figura C.60: Vida a fatiga: $N=10e9.10$ ciclos. Figura C.61: Factor de seguridad: $n=2.23$

Sección 3: (11h 6min)

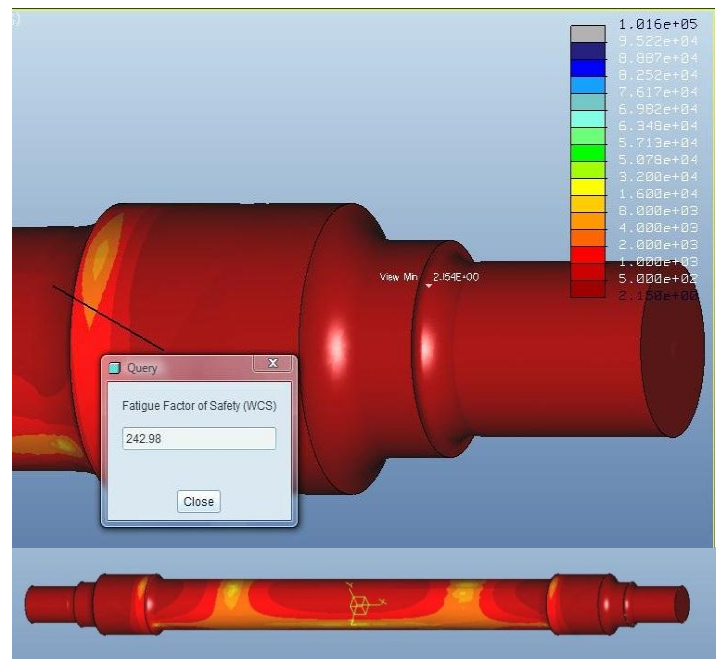
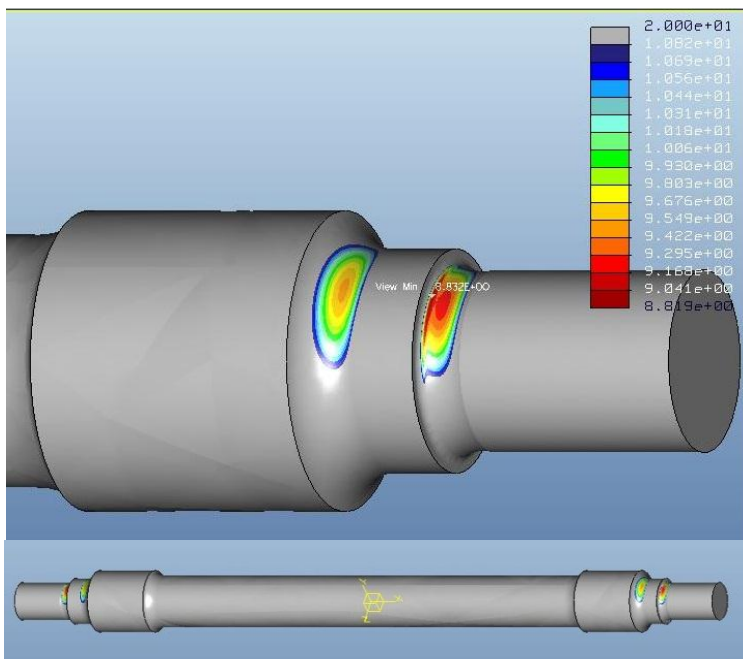


Figura C.62: Vida a fatiga: $N=10e8.83$ ciclos. Figura C.63: Factor de seguridad: $n=2.15$

Plotting Grid 10.

Análisis estático: (7h 9min)

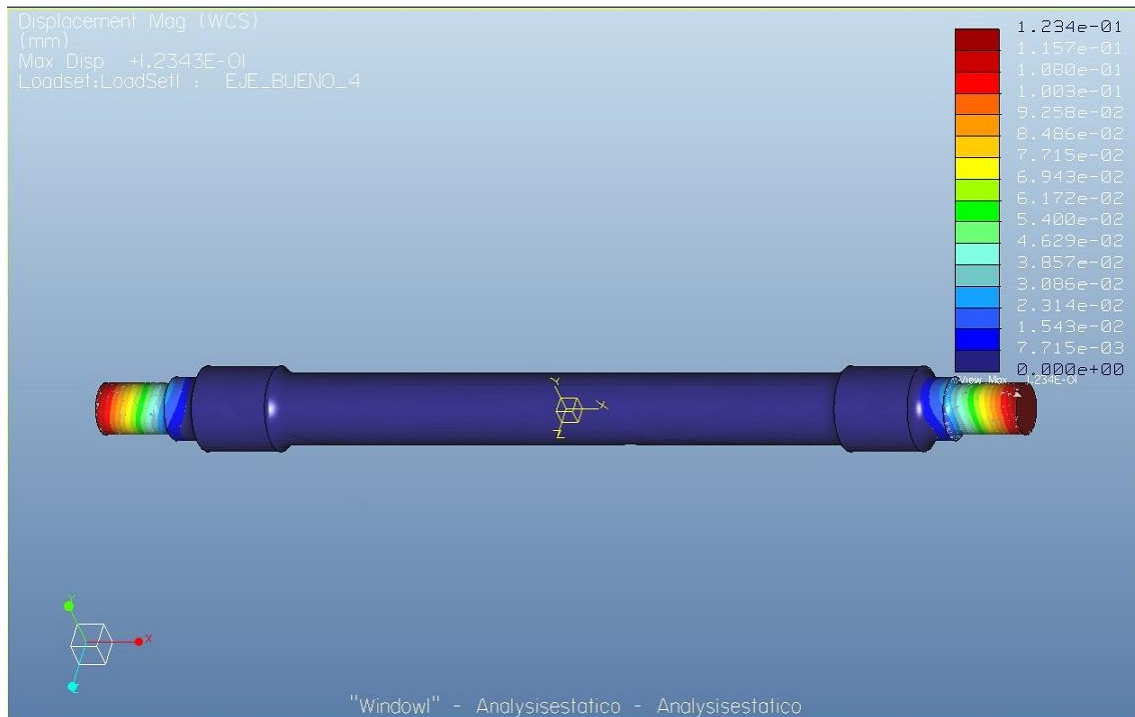


Figura C.64: Maximo desplazamiento del eje.

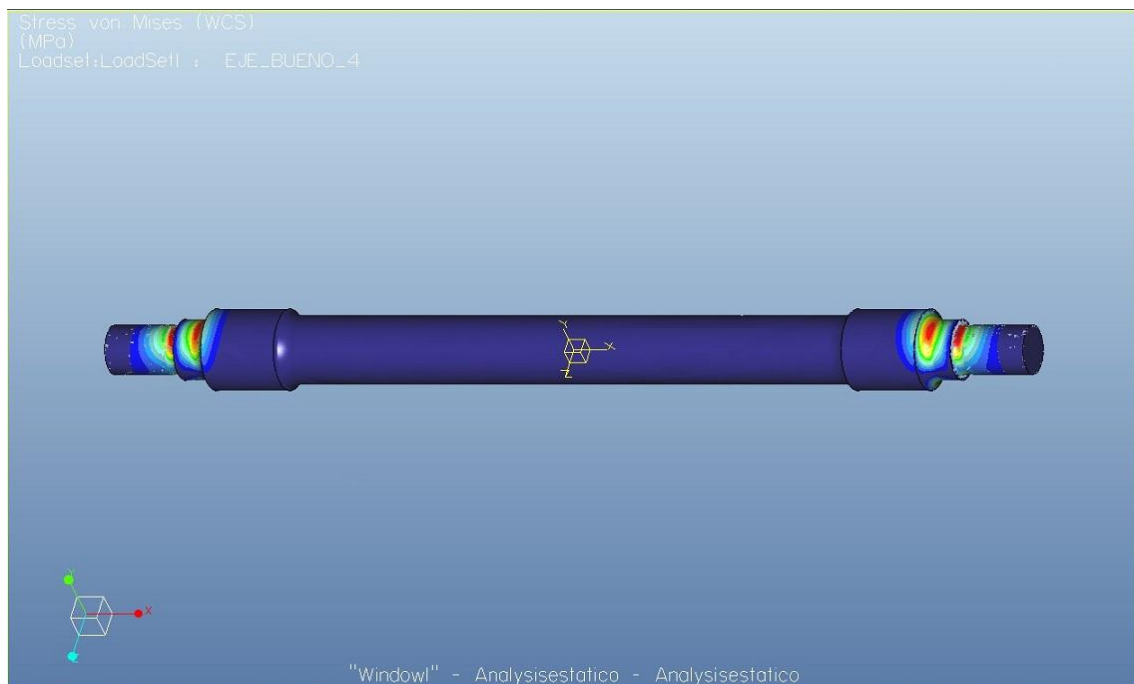


Figura C.65: Vista general estrés del eje.

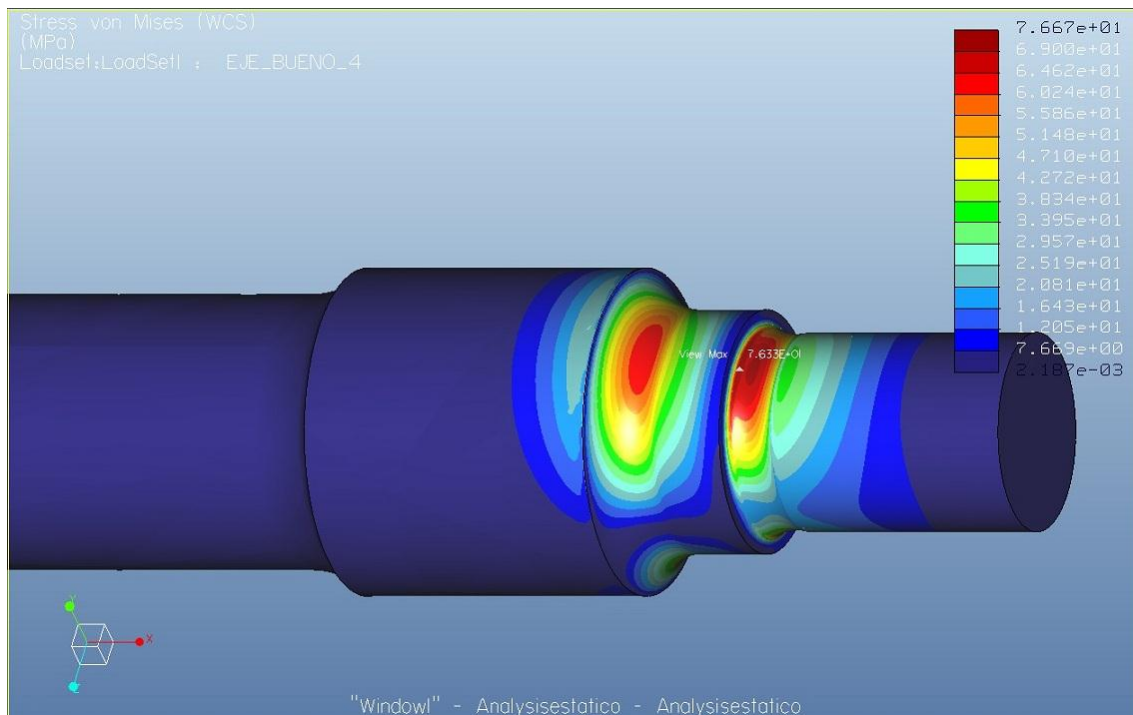


Figura C.66: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (14h 40min)

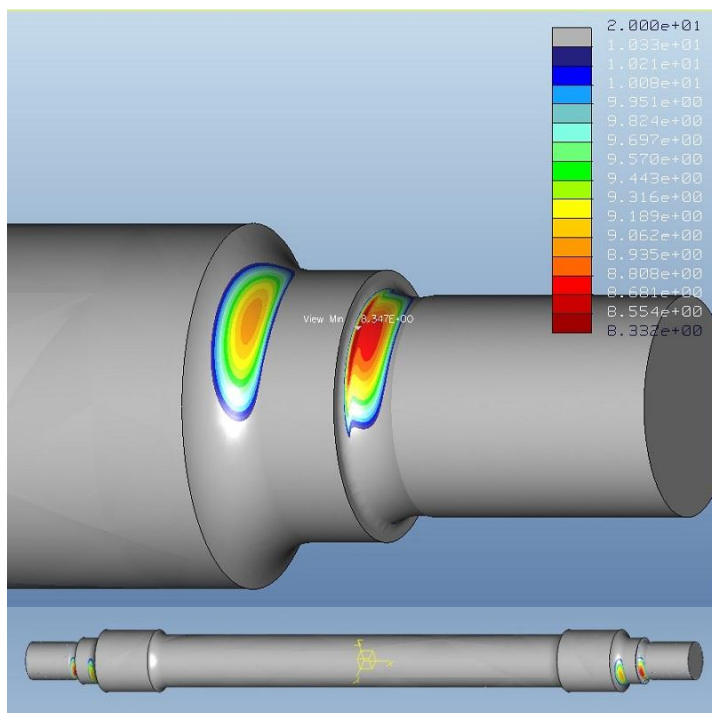


Figura C.67: Vida a fatiga: $N=10e8.34$ ciclos.

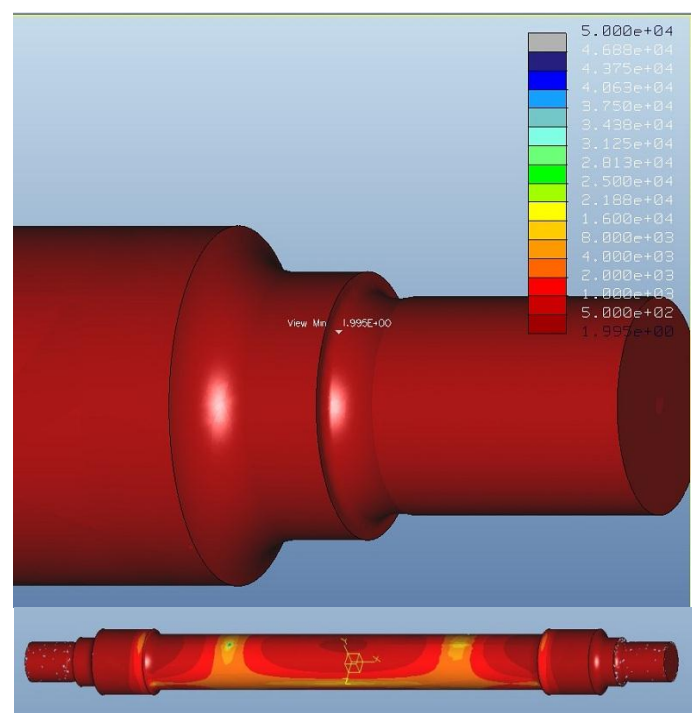


Figura C.68: Factor de seguridad: $n=1.99$

Sección 2: (16h 3min)

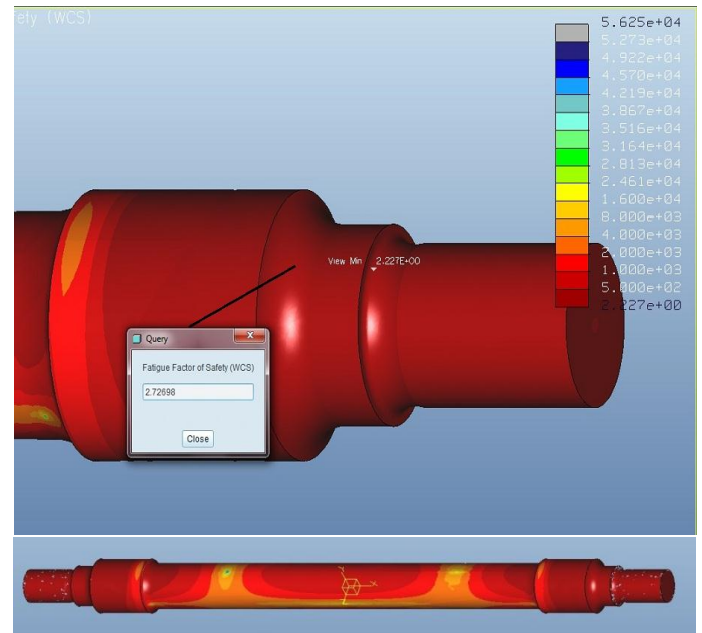
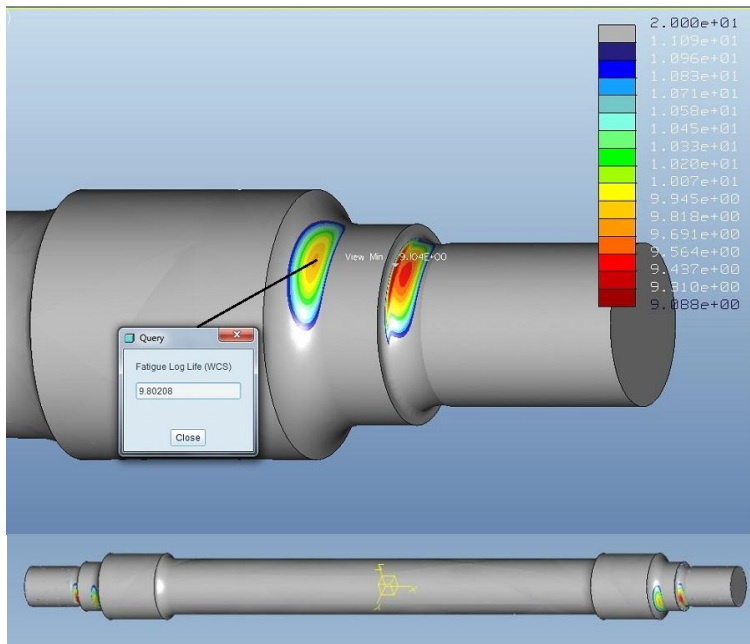


Figura C.69: Vida a fatiga: $N=10^9 \cdot 9.10$ ciclos. Figura C.70: Factor de seguridad: $n=2.22$

Sección 3: (15h 30min)

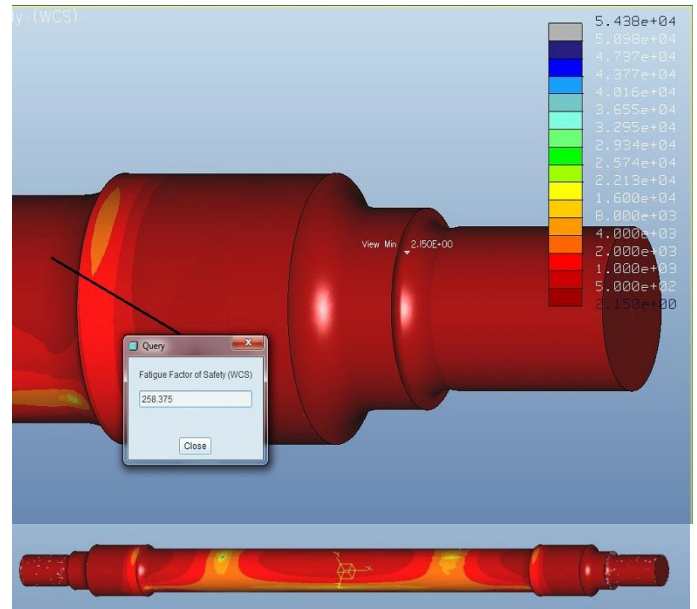
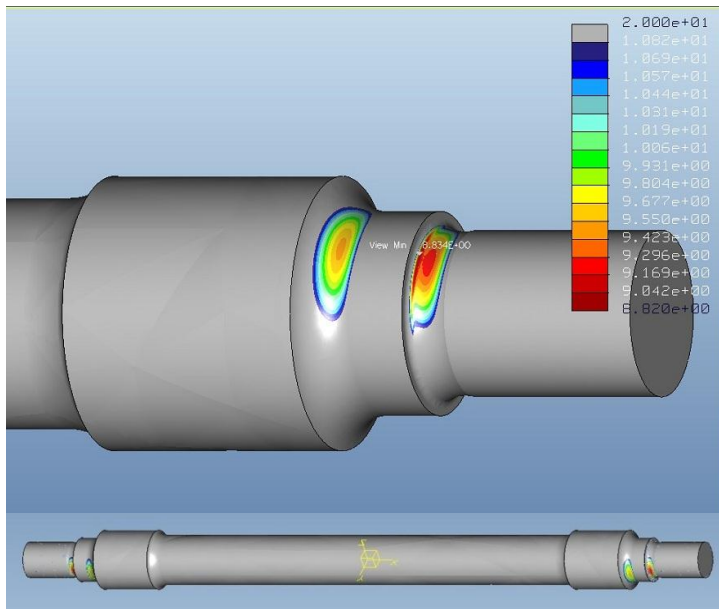


Figura C.71: Vida a fatiga: $N=10^8 \cdot 8.83$ ciclos. Figura C.72: Factor de seguridad: $n=2.15$



ANEXO D

REPORTE ANALISIS CON SOBRECARGA DEL EJE

ANEXO D

Ensayos realizados en los casos de sobrecarga del eje.

Caso 1: 12,5 toneladas.

Análisis estático: (1h 54min)

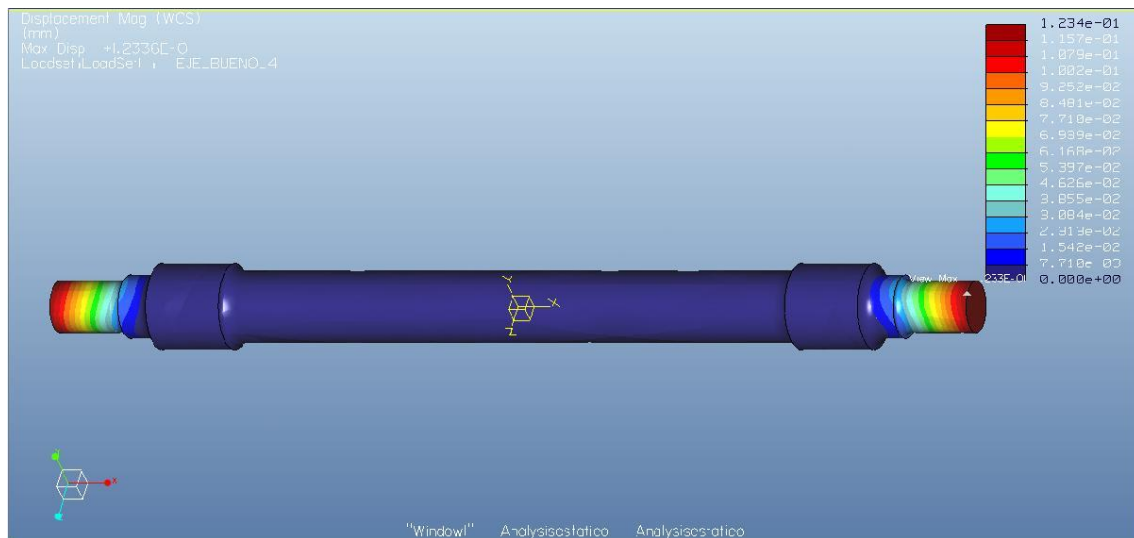


Figura D.1: Maximo desplazamiento del eje.

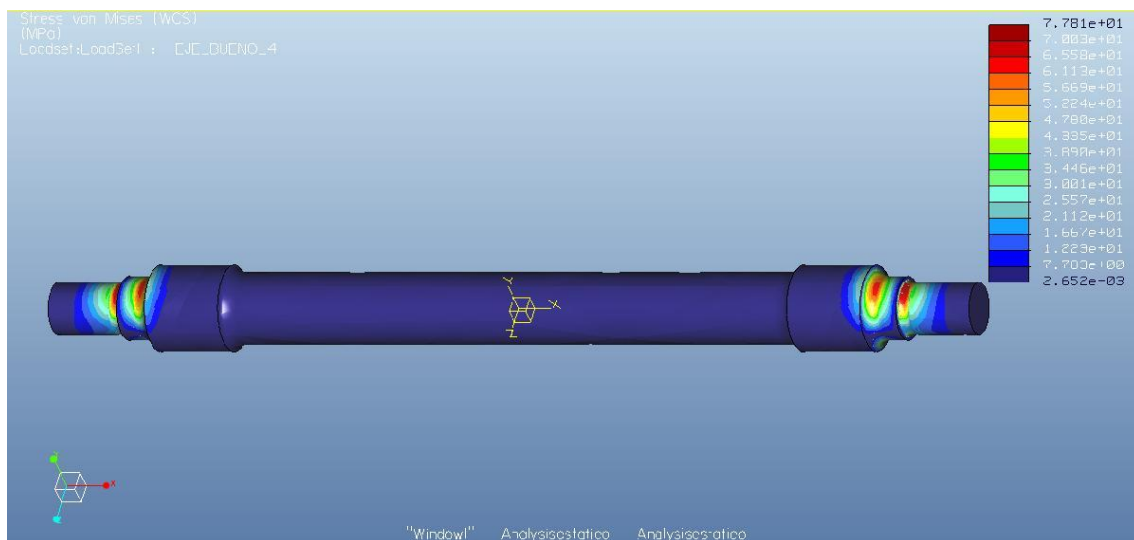


Figura D.2: Vista general estrés del eje.

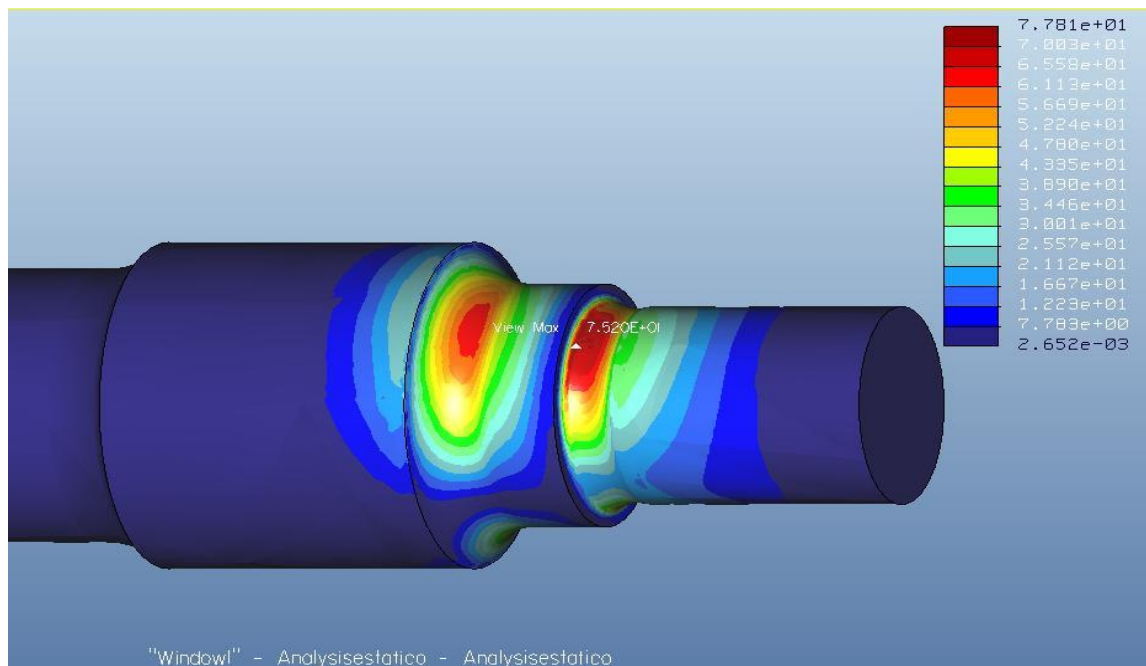


Figura D.3: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (2h 40min)

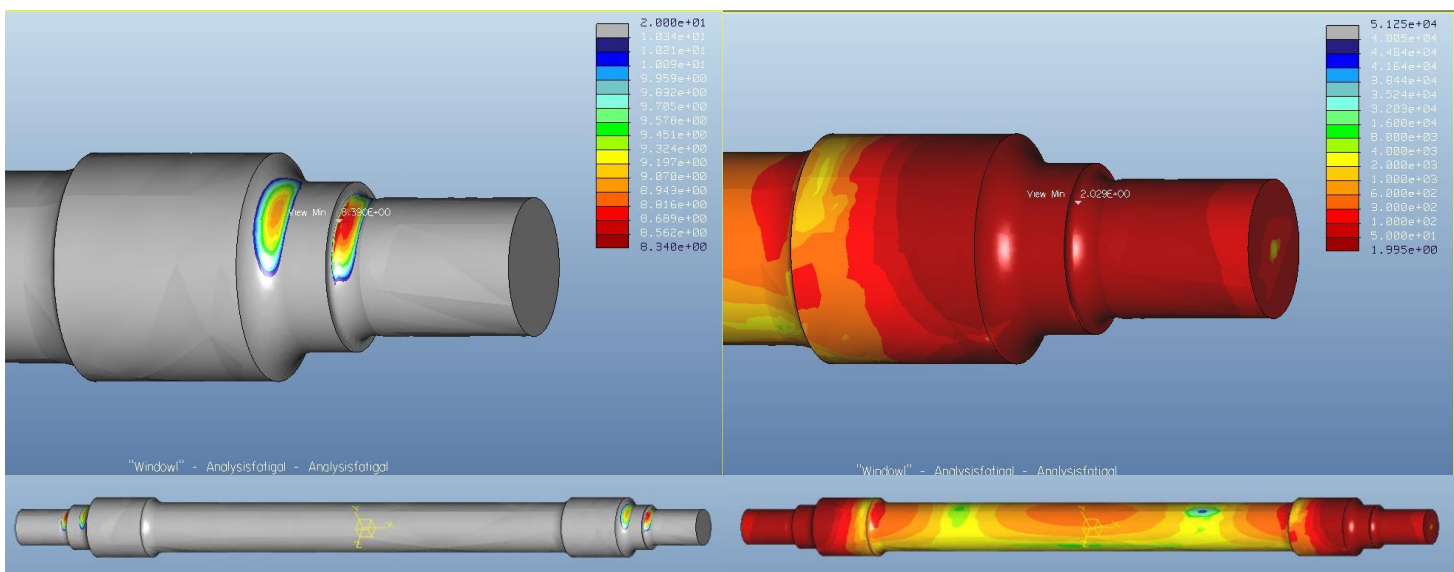


Figura D.4: Vida a fatiga: $N=10e8.39$ ciclos. Figura D.5: Factor de seguridad: $n=2.02$

Caso 2: 25 toneladas.

Análisis estático: (1h 53min)

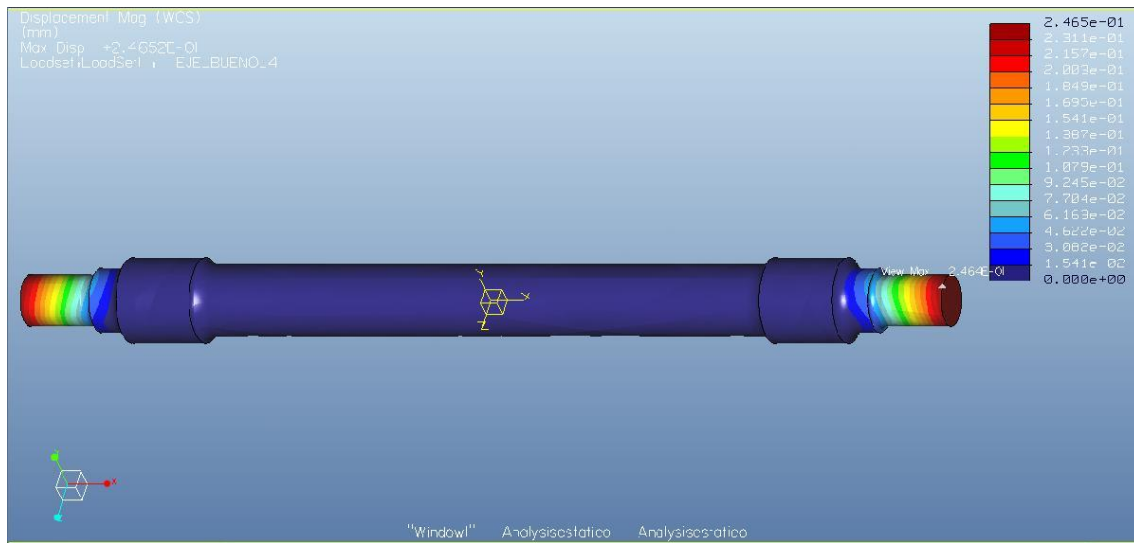


Figura D.6: Maximo desplazamiento del eje.

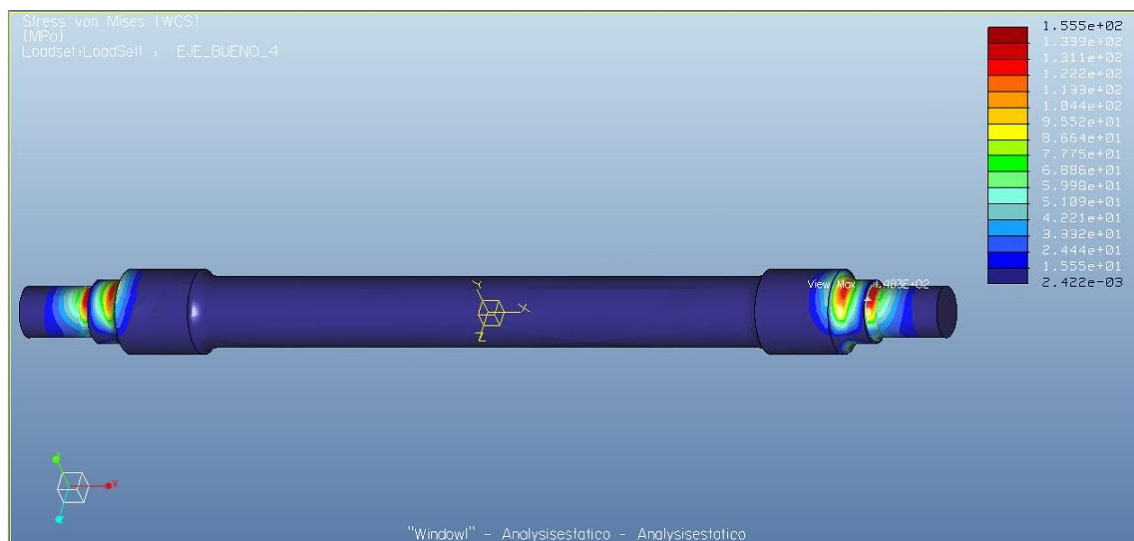


Figura D.7: Vista general estrés del eje.

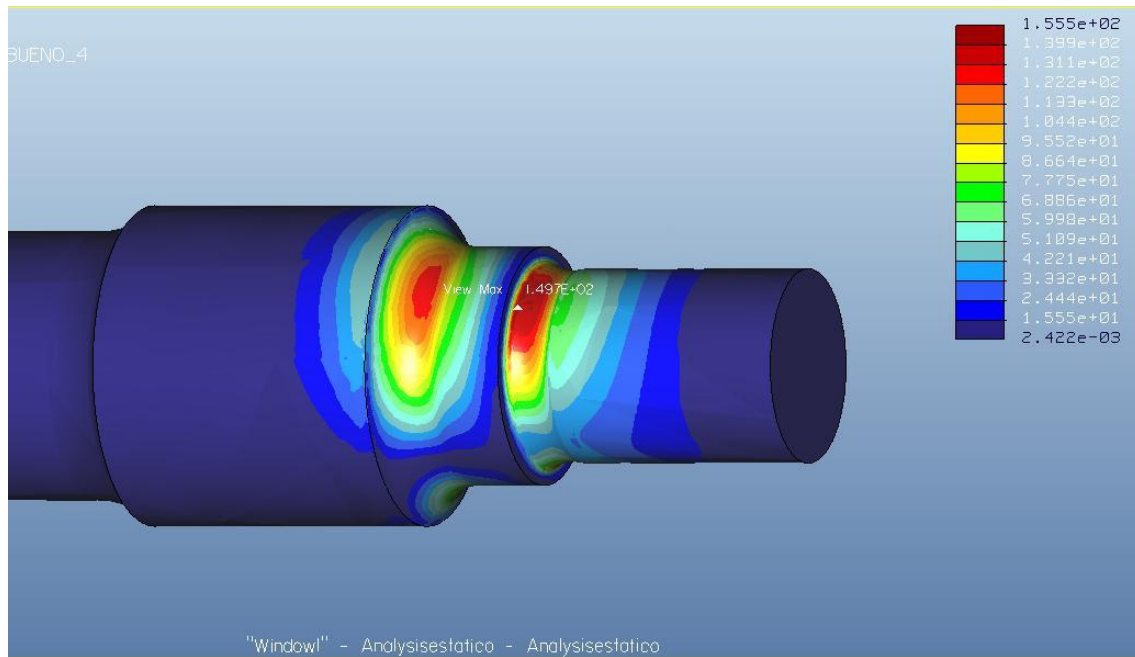


Figura D.8: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (3h 8min)

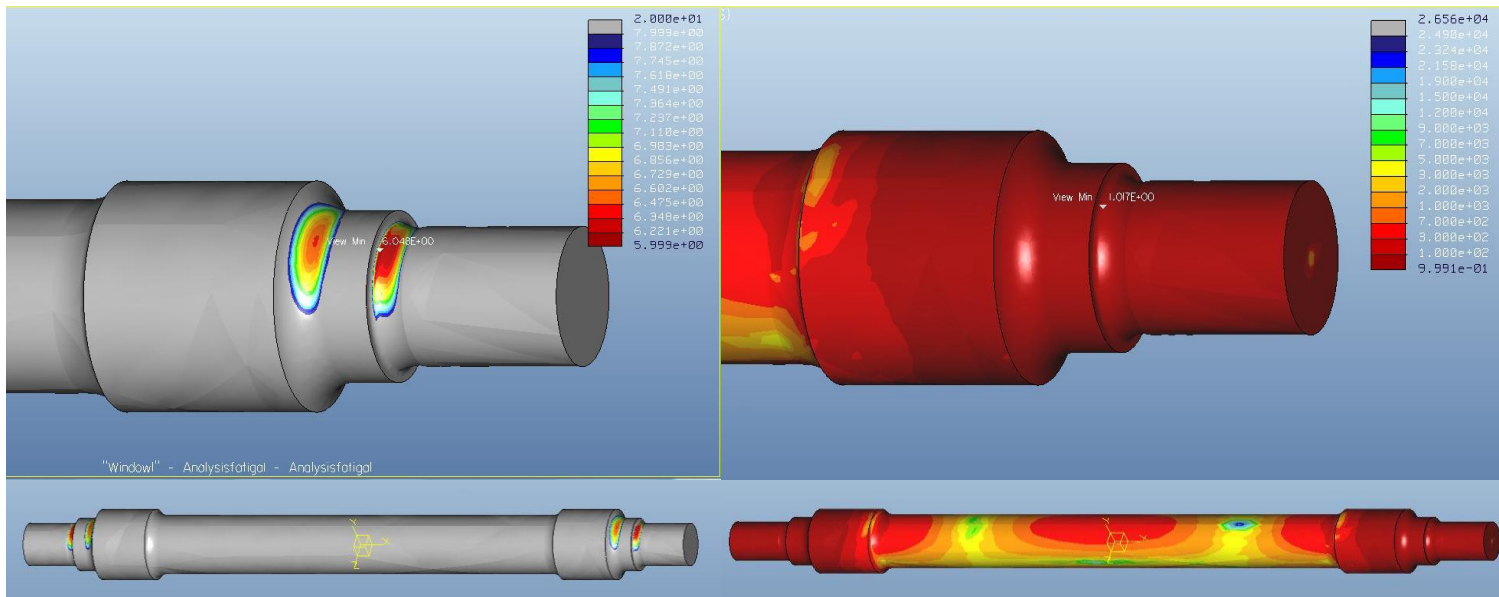


Figura D.9: Vida a fatiga: $N=10e6.04$ ciclos. Figura D.10: Factor de seguridad: $n=1,01$

Caso 3: 50 toneladas.

Análisis estático: (1h 54min)

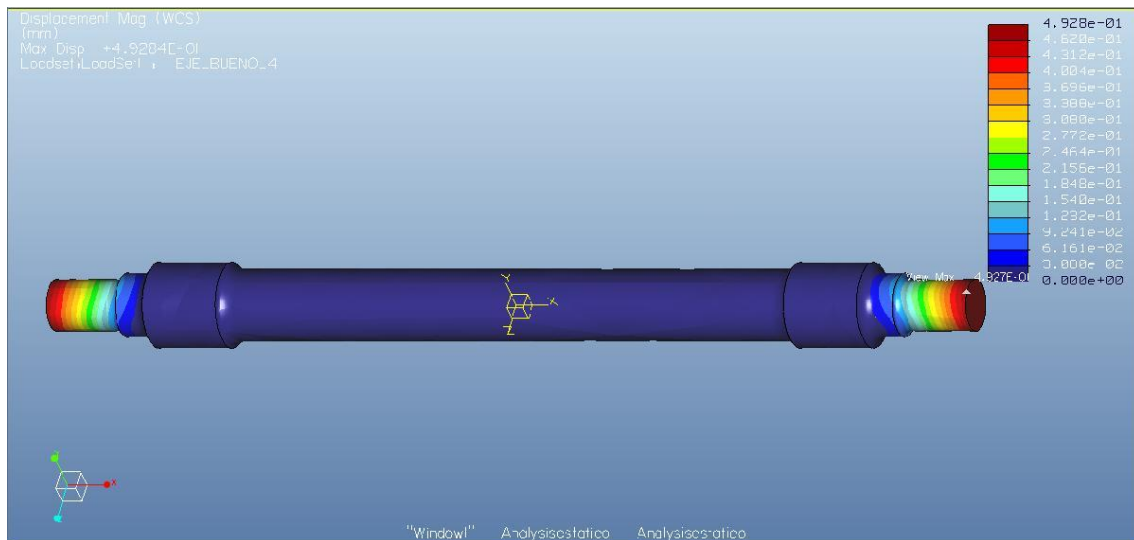


Figura D.11: Maximo desplazamiento del eje.

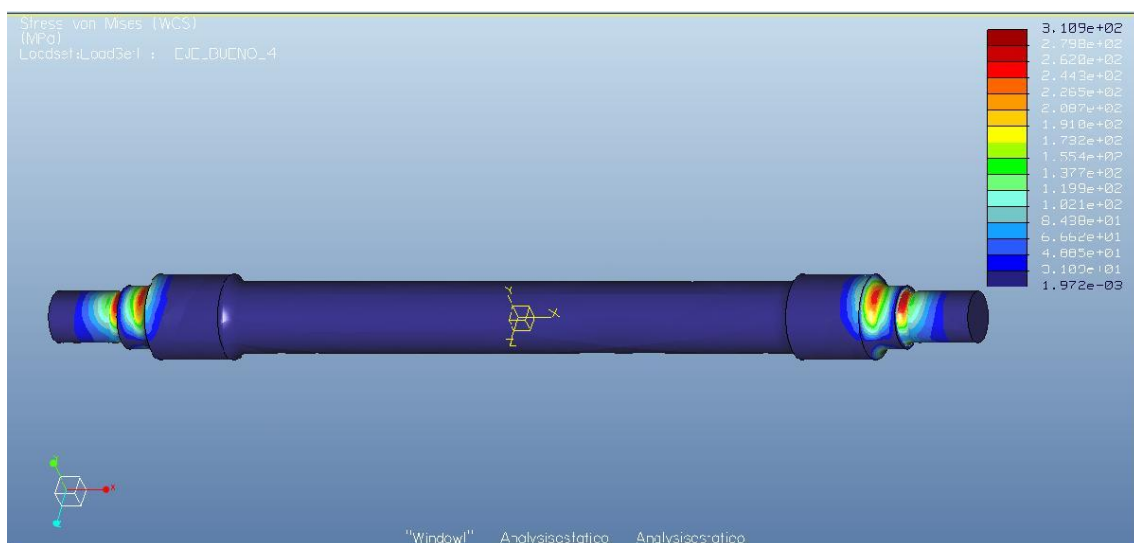


Figura D.12: Vista general estrés del eje.

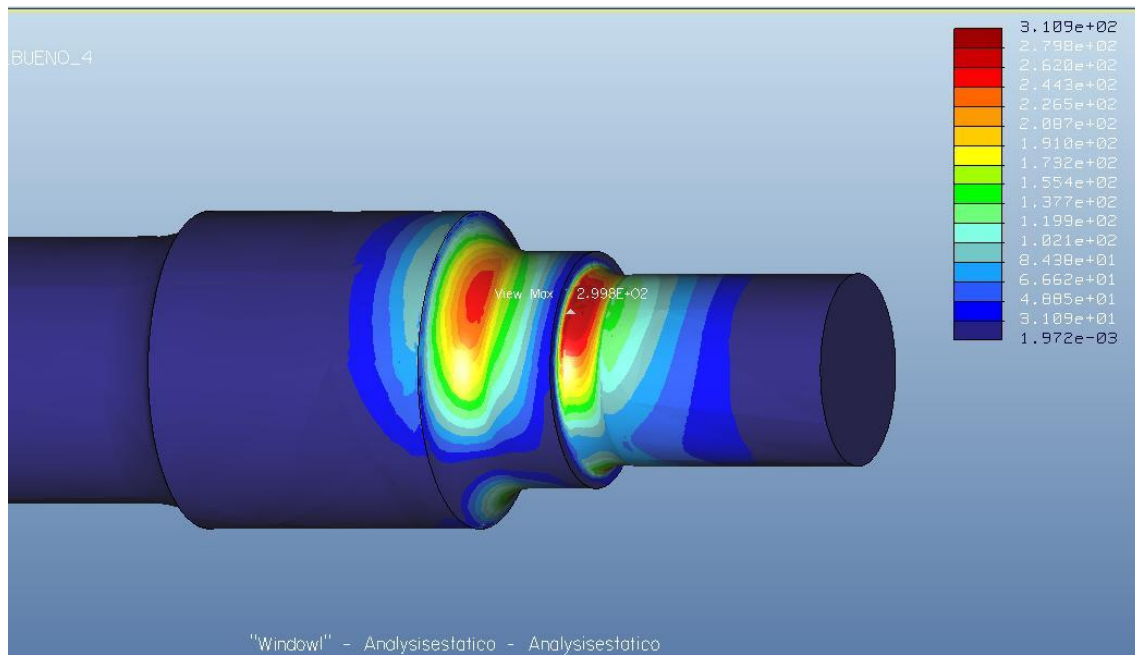


Figura D.13: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (3h 12min)

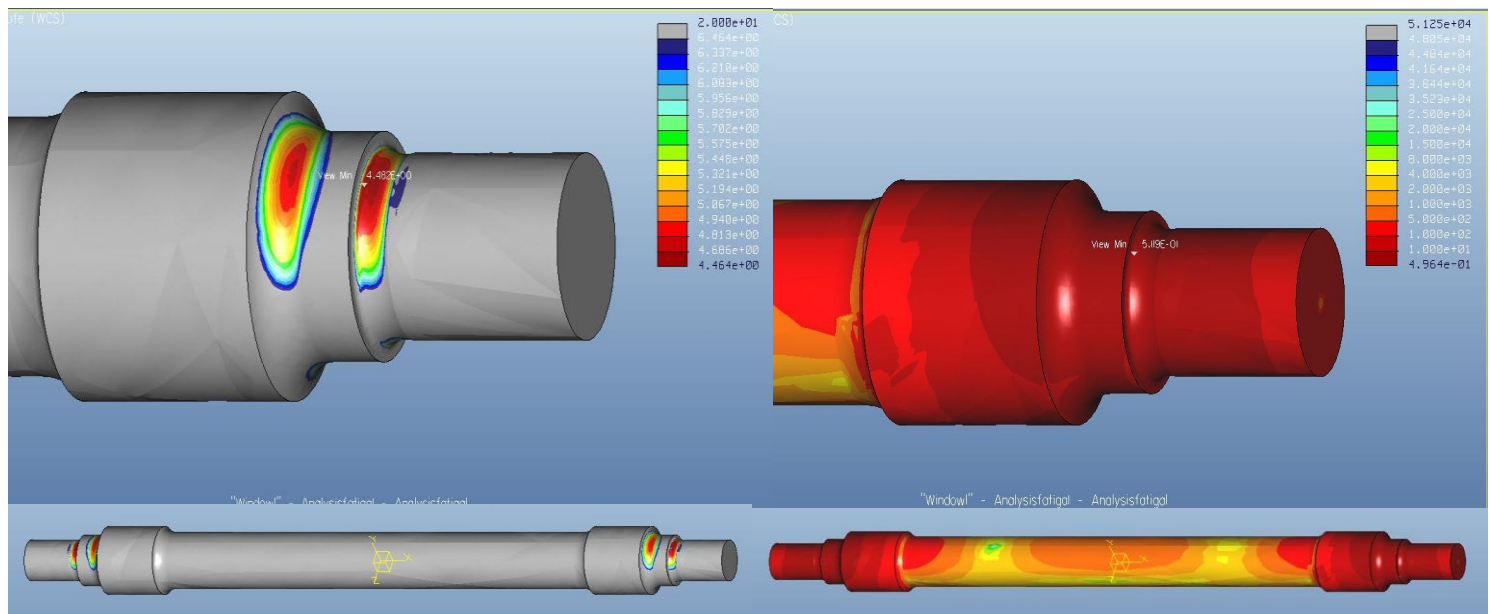


Figura D.14: Vida a fatiga: $N=10e4.48$ ciclos. Figura D.15: Factor de seguridad: $n=0.51$

Caso 4: 100 toneladas.

Análisis estático: (1h 55min)

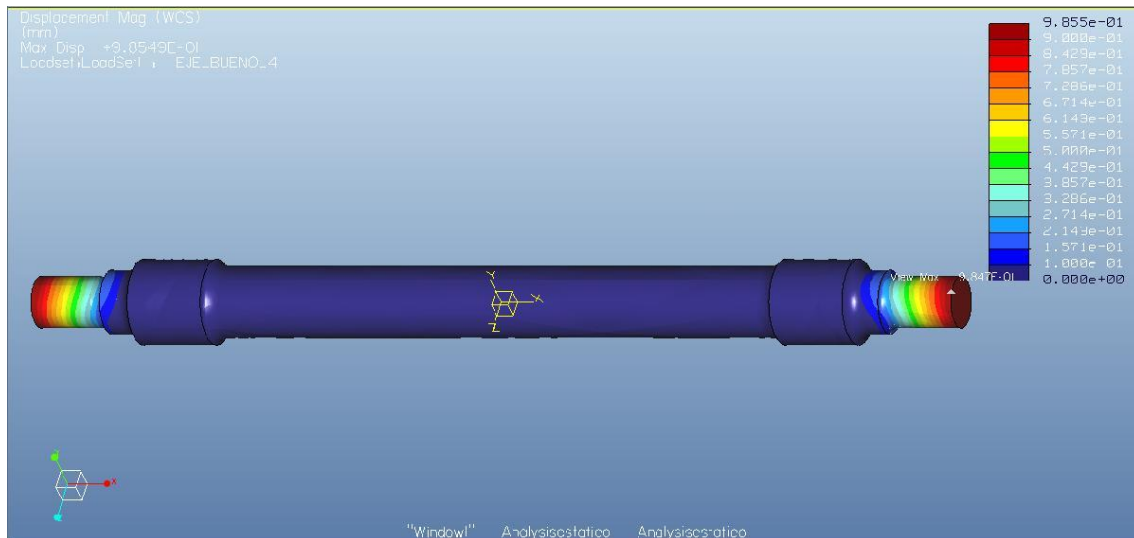


Figura D.16: Maximo desplazamiento del eje.

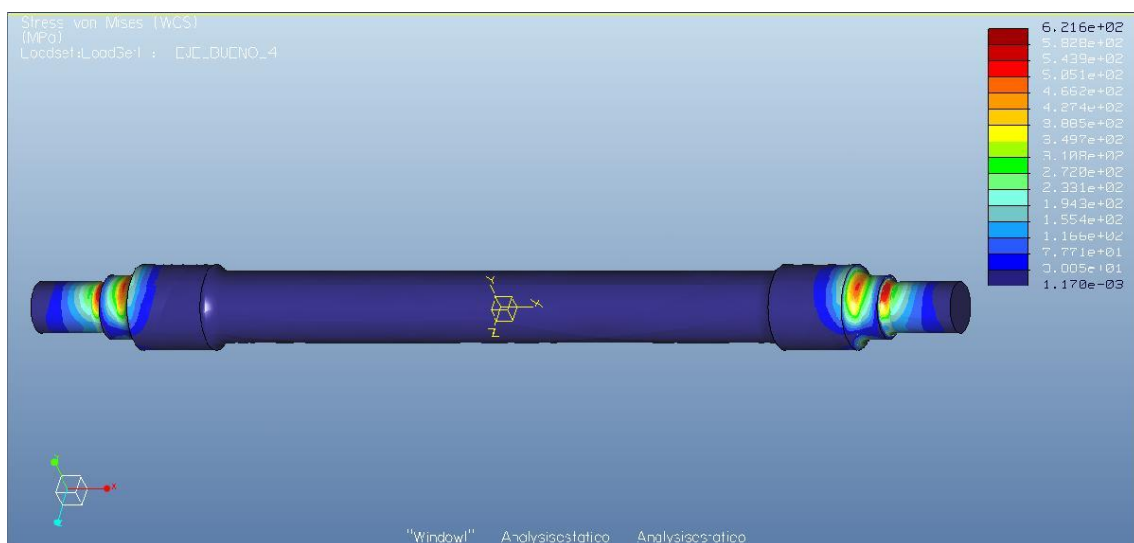


Figura D.17: Vista general estrés del eje.

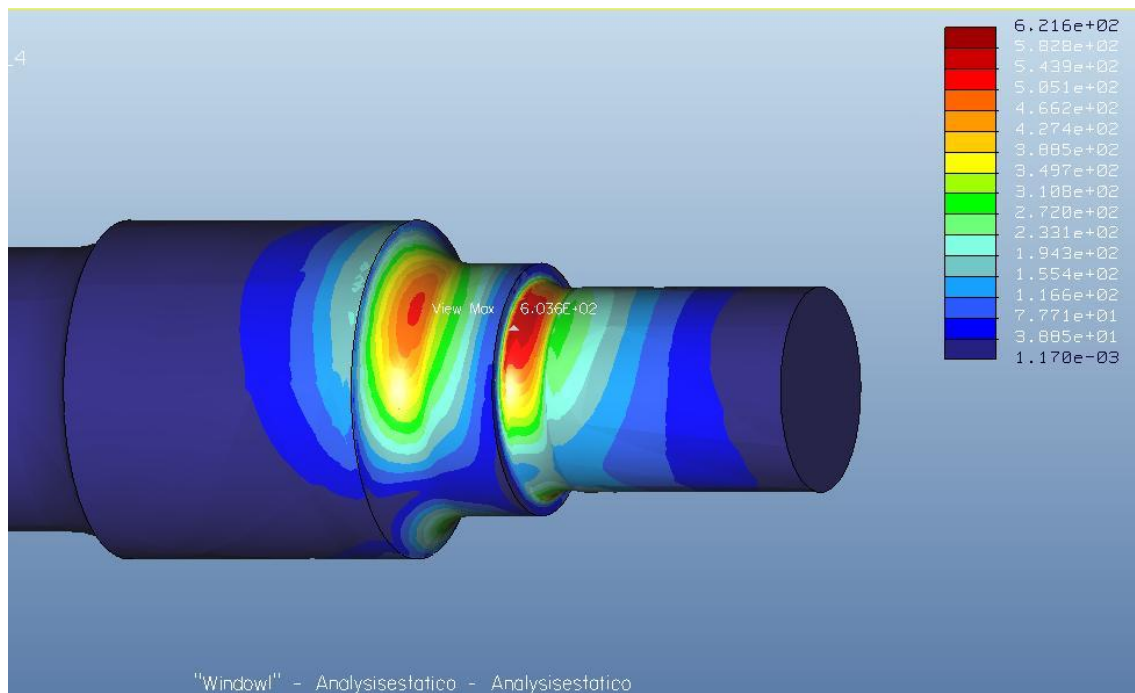


Figura D.18: Vista detallada estrés del eje.

Análisis de fatiga:

Sección 1: (3h 37min)

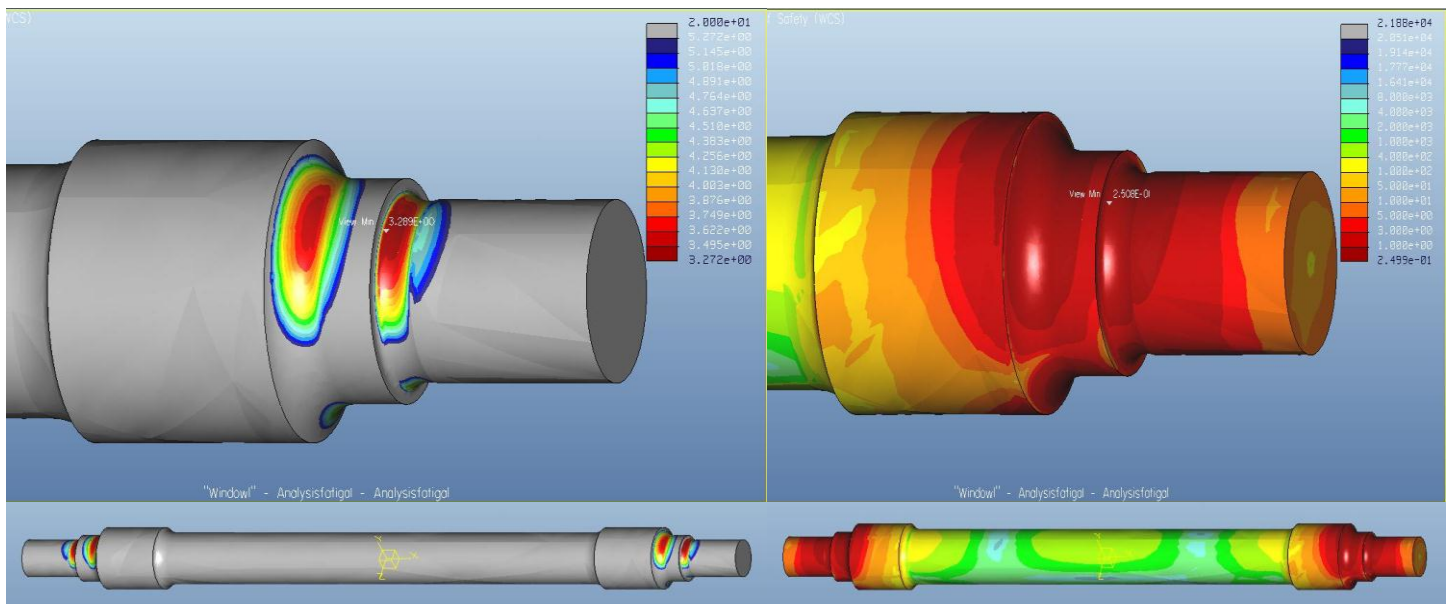


Figura D.19: Vida a fatiga: $N=10e3.29$ ciclos. Figura D.20: Factor de seguridad: $n=0.25$